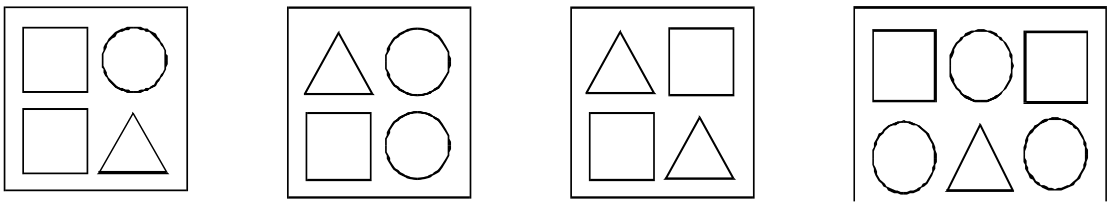
1. feladat: Maugli megkért 5 majmot, hogy hozzanak neki néhány banánt. A majmok mindegyike ugyanannyi darabot szedett. Visszaúton a majmok összevesztek, és mindegyikük megdobta mindegyik társát egy-egy banánnal, a többit megkapta Maugli. Így a leszedett banánok fele jutott el hozzá. Hány banánt szedtek a majmok összesen?

(6 pont)

Megoldás:
Mindegyik majomnak 4 társa van, így mindegyik 4 banánt dob el.
Az öt majom összesen 5x4 = 20 banánt dob el.
Ez az összes banán fele, tehát 40 banánt szedtek összesen a majmok.

2. feladat: Egy ajándékboltban többféle összeállításban kaphatók karácsonyfadíszek. Egy-egy csomag ára úgy adódik, hogy a benne levő díszek árát összeadják. (Egyforma díszekért azonos összeget kell fizetni.) Az alábbi csomagok árát a képek alatt feltüntettük. Mennyibe kerül a negyedik csomag?

(8 pont)



2100 Ft 1900 Ft 2400 Ft ? Ft

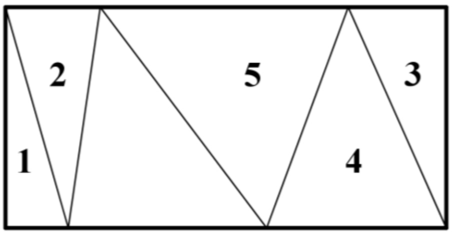
Megoldás:
A harmadik csomagból kiderül, hogy egy négyzet és egy háromszög együttes ára 1200 forint.
A második csomagban tehát a két kör 700 Ft.
A negyedik csomagban az első csomag tartalma és még két kör van,
ezért az ára $2100 + 700 = 2800$ Ft.

3. Hány olyan háromjegyű páros szám van, amelyben a százasok helyén álló számjegy a tízesek és egyesek helyén álló két számjegy összegével egyenlő?

(10 pont)

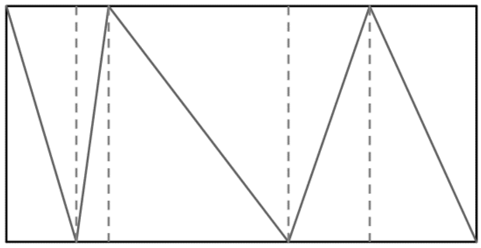
Megoldás:
Mivel a szám páros, ezért az utolsó számjegye csak 0, 2, 4, 6 vagy 8 lehet.
Ha az utolsó számjegye 0, akkor az első két számjegye azonos, de nem 0, ilyen számból 9 db van.
Ha az utolsó számjegy 2, akkor a második számjegy értéke 0-7-ig mehet, tehát 8 db ilyen szám van.
Ha az utolsó számjegy 4, akkor a második számjegy értéke 0-5-ig mehet, tehát 6 db ilyen szám van.
Ha az utolsó számjegy 6, akkor a második számjegy értéke 0-3-ig mehet, tehát 4 db ilyen szám van.
Ha az utolsó számjegy 8, akkor a második számjegy értéke csak 0 vagy 1 lehet, tehát 2 db ilyen szám van.
Így összesen 9+8+6+4+2=29 db, a feltételeknek megfelelő háromjegyű szám van.

4. feladat: Anna egy téglalap alakú papírt cikk-cakk alakban felvágott. Rajzoltunk róla egy vázlatot, ami nem pontos.
Öt háromszögbe beírtuk, hogy hány cm^2 a területe.
Hány cm^2 a hatodik háromszög területe?

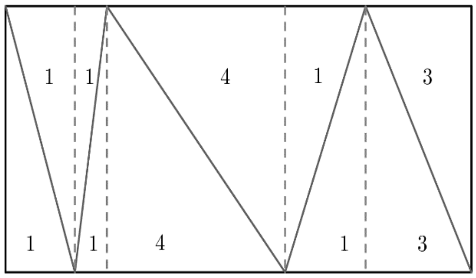


(10 pont)

I. megoldás:
Rajzoljuk be a háromszögek magasságait az ábra szerint.
Így öt téglalapot kapunk.
Mindegyik téglalapot az átlója két egyenlő területű háromszögre osztja.



Írjuk be ennek alapján sorba a területeket!
A két szélső téglalap másik fele 1 ill. 3.
A háromszögek maradék része 1 ill. 1.
A téglalapok másik fele 1 és 1.
Az 5 cm^2-es maradék része 4.
A kérdéses háromszög területe $1 + 4 = 5$ cm^2.



II. megoldás:
(Annak, aki már tanulta, hogyan számoljuk ki a háromszög területét.)
A háromszögek (ábra szerinti) magassága megegyezik.
Így a területek aránya egyenlő az alapok arányával.
A téglalap felső oldalán a szakaszok rendre 2, 5, 3 egység hosszúak.
Összesen 10 egység.
Az alsó élen a hiányzó szakasz $10 - (1 + 4) = 5$ egység.
A kérdéses terület 5 cm^2.

5. feladat: Egy számsorozat első tagja 42. Második tagját úgy számoljuk ki, hogy az első tagban a tízesek helyén álló számjegyből kivonjuk az egyesek helyén álló számjegyet, majd ennek a különbségnek a kétszeresét kivonjuk az első tagból. Tehát a második tag: $42 - 2 \cdot (4 - 2) = 38$.
A további tagokra ez a képzési szabály öröklődik, tehát a harmadik tag: $38 - 2 \cdot (3 - 8) = 48$.

- **a)** Mennyi a sorozat 9. tagja?
- **b)** Mennyi a sorozat 2017. tagja?

(12 pont)

Megoldás:

a) A sorozat első nyolc tagja:
42, 38, 48, 56, 58, 64, 60, 48,

tehát a következő (kilencedik) tag ismét az 56.
b) A sorozat tagjai ismétlődnek, az ismétlődő számok: 48, 56, 58, 64, 60.
A periódus hossza: 5.
A sorozat első két eleme nem ismétlődik,
így a 2017. elem kiszámításához 2017-2=2015 számot veszünk a periódusból.
Mivel $2015 = 403 \cdot 5 + 0$,
ezért a sorozat 2017. eleme megegyezik a periódus ötödik elemével.
Válasz: a sorozat 2017. tagja: 60.

6. feladat: A táblára felírtunk egy 99-nél nagyobb, de 151-nél kisebb egész számot.
Erről a számról öt tanuló ezt állította:
Anna: A szám páros.
Bence: A szám osztható 3-mal.
Cili: Számjegyeinek összege páratlan.
Dani: Én gondoltam egy egész számra, hozzáadtam a négyszeresét. Így a táblára írt számot kaptam.
Eszter: A táblán páratlan szám áll.
A tanulók kijelentései közül négy igaz, egy hamis.

a) Kinek a kijelentése lehet hamis?
b) Melyik szám állhat a táblán?

(14 pont)

Megoldás
Anna és Eszter kijelentése egymásnak ellentmond, így az egyik igaz, a másik hamis.
A másik három gyerek igazat állított.
Először nézzük meg azt az esetet, amikor Eszter állítása hamis!
Dani szerint a szám öttel osztható,
Anna állítása alapján pedig páros, ezért csak 100, 110, 120, 130, 140 vagy 150 állhatott a táblán.
Cili kijelentése alapján a szám 100, 120 vagy 150.
Bence állítása miatt csak a 120 ad megoldást, Eszter kijelentése nem teljesül, a többiek állítása pedig igaz.
Másodszor vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor Anna állítása hamis!
Dani szerint a szám öttel osztható, Eszter állítása alapján pedig páratlan, ezért csak 105, 115, 125, 135, vagy 145 állhatott a táblán.
Cili kijelentése alapján a szám 115 vagy 135.
Végül Bence állításának csak a 135 felel meg.
Tehát vagy Eszter állítása hamis és a szám a 120, vagy Anna állítása a hamis és a szám a 135.

Maximális pontszám: 60 pont