

Bolyai verseny, 2012, Javítási és pontozási útmutató

1. Balázs, Dani, Gyuri és Peti meglátogatták egy barátjukat. A négy fiú családi neve – valamilyen sorrendben: Kiss, Nagy, Szabó és Molnár. Elsőnek Molnár érkezett, másodiknak Peti, ezután Kiss és végül Gyuri. Mindenki hozott ajándékot: Molnár bűvös kockát, Balázs golyóstollat, Gyuri virágot, Szabó pedig könyvet. Mi a négy fiú teljes neve?

6 pont

MEGOLDÁS és pontozás:

A történet alapján az együtt felsoroltak különböző emberek.

1 pont

Így Molnár és Kiss nem lehet Peti vagy Gyuri.

1 pont

Továbbá Molnár és Szabó nem lehet Balázs vagy Gyuri.

1 pont

Ezek alapján Molnár csak Dani lehet, Gyuri pedig Nagy.

1 pont

Kissnek csak a Balázs, Szabónak a Peti név marad.

1 pont

A teljes nevek: Kiss Balázs, Nagy Gyuri, Szabó Peti és Molnár Dani.

1 pont

Összesen: 6 pont

2. Egy őszibarackbefőttes teli üvegben barack és lé található. Miután Alíz kiette az üvegből a barack felét, a befőtt egyharmadával kevesebb lett. Miután megeszi a maradék barack felét is a befőtt eredeti mennyiségének hányad része marad meg? (A barack és a lé együttesét nevezük befőttnek.)

7 pont

MEGOLDÁS és pontozás:

Mivel az összes barack mennyiségének fele a befőtt egyharmada, így a teljes barackmennyiség a befőtt kétharmada.

2 pont

A barack mennyiségének felét és a felének a felét eszi meg Alice tehát összesen a háromnegyedét.

1 pont

1 pont

A befőttnek a $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ -ed részét, azaz a felét eszi meg Alice

1 pont

így az eredeti mennyiség fele marad meg

3 pont

Összesen: 7 pont

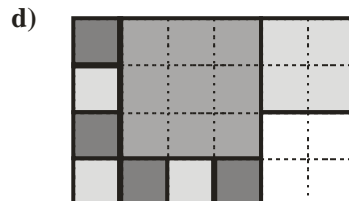
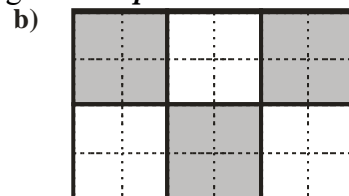
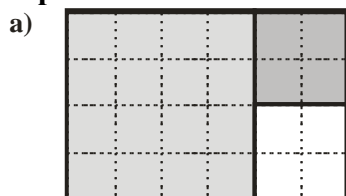
A helyes eredmény közlése 3 pontot ér

3. Egy téglalap rövidebbik oldala 4, hosszabbik oldala 6 egység. Bontsd fel a téglalapot négyzetre! A négyzetek lehetnek különböző méretűek is.

a) 3, b) 6, c) 8, d) 10

8 pont

MEGOLDÁS és pontozás: minden részfeladat megoldása 2 pontot ér.



4. Anna és Balázs egy napon ünneplik a születésnapjukat, de Anna 30 évvel idősebb. Hány születésnapjukon fordulhat elő, hogy Anna életkora Balázs életkorának egész számú többszöröse?

9 pont

MEGOLDÁS és pontozás:

Legyen Anna életkora: a , Balázsé : b .

Ekkor a feltétel szerint a két életkor különbsége $a-b=30$.

1 pont

Ha Anna életkora Balázs életkorának egész számú többszöröse ($a=kb$), akkor **Balázs életkora csak 30 osztója lehet**, $kb-b=(k-1)b=30$.

4 pont

Tehát $b=1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ lehet, vagyis 8 születésnapjukon fordulhat elő a feltétel.

4 pont

Összesen: 9 pont

Ha felír néhány jó esetet (megértette a feladatot)

2 pont

Ha az összes jó esetet felírta, de nem indokolt.

4 pont

5. Hány különböző módon tölthető ki az alábbi ábra az 1, 2, 3, 4, 5 számokkal, ha mindegyiket fel kell használnunk?

$$\square < \square > \square < \square > \square$$

10 pont

MEGOLDÁS és pontozás:

Vizsgáljuk ehhez a **4** és az **5** elhelyezkedését.

1 pont

Ha $4 < 5 > \square < \square > \square$ vagy $\square < \square > \square 5 \Leftarrow 4$, akkor 2-2 lehetőségünk van a maradék három hely kitöltésére, mert a **3** helye rögzített, a másik két szám felcserélhető.

3 pont

Ha $\square < 4 > \square < 5 > \square$ vagy $\square < 5 > \square < 4 > \square$,

akkor a maradék három helyre tetszőlegesen,

tehát $3! = 6$ -féleképpen írhatjuk be az **1, 2, 3** számokat.

3 pont

A **4** és az **5** az említettekén kívül másképpen nem helyezkedhet el,

1 pont

tehát összesen **16** helyes kitöltésünk van.

2 pont

Összesen: 10 pont

Ha ír egy jó elhelyezkedést, akkor arra kapjon egy pontot.

Ha felsorolja mind a 16-ot, akkor kapjon összesen 7 pontot.

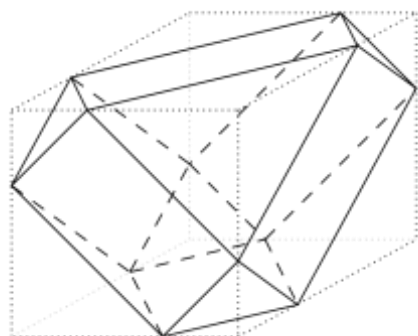
Ha megmutatja, hogy más nincs, akkor kapja meg a hiányzó 3 pontot.

6. Válasszunk ki egy kockán 4 olyan csúcsot, amelyek közül semelyik kettőt sem köti össze él. A kiválasztott csúcsokból induló összes élen jelöljük meg a kiválasztott csúcsokhoz közelebb lévő harmadolópontot. Vágjuk le a kocka mind a 8 csúcsát olyan síkokkal, melyek a csúcsból induló éleket az említett osztópontokban metszik.

Hány csúcsa, éle, lapja van a keletkezett testnek? Milyen síkidomok határolják? Miért?

10 pont

MEGOLDÁS és pontozás:



A keletkezett test az ábrán látható. (Nem kell, hogy a versenyző így egyben felrajzolja.)

Háromszögek és négyszögek határolják. 1 pont

Minden levágott csúcsnál keletkezik egy szabályos háromszög, összesen 8 db. 4 kisebb és 4 nagyobb, attól függően, hogy a csúcsához közelebbi vagy távolabbi harmadoló pontnál van-e a vágás. 2 pont

Indoklásnak elég, hogy egy-egy négyzetből kisebb, ill. nagyobb egyenlő szárú háromszögeket vágunk le,

melyek átfogói minden négyzeten ugyanakkorák. Akár egy jó rajz is elegendő.

A kocka minden lapjából egy **téglalap** marad, összesen 6 db.

2 pont

Indoklásnak elég egy jó rajz a kocka egyik oldallapjáról. Nyilván nem követeljük meg a párhuzamos szelők tételének használatát.

A lapok száma így $8+6=14$

Az összes él valamelyik téglalapnak oldala, így $6 \times 4 = 24$ éle van. (Vagy valamelyik

háromszögnek, így $8 \times 3 = 24$)

1+1 pont

a megoldásért és indoklásért

Minden eredeti csúcs helyett 3 új keletkezett (a háromszögek csúcsai), de 2-2 csúcs

egybeesik, így $3 \times 8 / 2 = 12$ csúcsa van.

2+1 pont

a megoldásért és indoklásért

Összesen: 10 pont