1. foglalkozás

2010. szeptember 15.

1. A rajzon látható ábrákon keresztülhaladva mennyi a legtöbb összegyűjthető pont, ha pontjainkat azon kis rekeszekbe írt számok összegeként kapjuk, melyeken áthaladtunk? Egy mezőre csak egyszer léphetünk! A karikázott mezőről indulunk, és a keretezettbe érkezünk, a megengedett lépések az ábrák alatt találhatók.

2	3	3	7
3	1	6	2
4	9	11	2
1	7	5	$\boxed{30}$

lépések: ↓ →

2	3	3	7
3	1	6	2
4	9	11	2
1	7	5	$\boxed{30}$

lépések: ↓ → ↘

2	3	3	7
3	1	6	$\boxed{2}$
4	9	11	2
1	7	5	30

lépések: ↓ → ↑ ←

2	3	3	7
3	1	6	2
4	9	11	$\boxed{2}$
1	7	5	30

lépések: ↓ → ↑ ←

2. Egy táblára kezdetben felírtunk három kettest. Egy lépésben valamelyik számot letöröljük, és helyére a másik két szám összegénél 1-gyel kisebb számot írunk. Például így nézhet ki az első két lépés:

$$(2,2,2) \to (2,2,3) \to (4,2,3)$$

Ilyen lépéseket végezve eljuthatunk-e a

a) 7, 9, 13;

b) 6, 8, 13 számhármashoz?

3. A kilenctagú (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) számsorozatot állítsuk elő minél kevesebb olyan 9 tagú számsorozat „összegeként”, amelyek mindegyikében csak kétféle szám szerepel. (Például (0,2,2,0,0,2,2,0,0) ilyen.) A sorozatok összegét úgy értelmezzük, hogy az azonos helyen álló számokat adjuk össze, például:

$$(1,1,0,0,1,0,0,0,1) + (0,2,2,0,0,2,2,0,0) = (1,3,2,0,1,2,2,0,1).$$

4. A megtalálójáról elnevezett Rhind-papirusz az egyiptomi matematika 4000 évvel ezelőtti módszereibe nyújt betekintést. A papirusz táblázataiból kiderül, hogy az egyiptomi matematikusok a törteket különböző egészek reciprokának – úgynevezett egységtörteknek – az összegeként írták fel. Például:

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}, \qquad \frac{5}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{70}$$

Keressük meg a következő számok egyiptomi felbontását: $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{8}$.