

1. Egy paralelogramma átlói 6 cm és 8 cm hosszúak. Közbezárt szögük 52° . Milyen hosszúak a paralelogramma oldalai, és az átlók mekkora részekre osztják a szögeket?
2. Egy háromszög egyik oldala 10 cm, a másik két oldal különbsége 3 cm hosszú. A 10 cm-es oldallal szemben lévő szög 108° . Milyen hosszúak a háromszög oldalai és szögei?
3. Egy ferde torony csúcsa a torony hajlásának irányában az aljától 50 méterre 72° -os emelkedési szögben látszik, az ellenkező irányba 30 métert haladva pedig 78° -os szögben látszik.
 - a) Milyen magasan volt eredetileg a torony csúcsa a földtől?
 - b) Milyen magasan van a torony csúcsa a földtől, miután az megdőlt? Hány fokos a dőlési szöge?
4. Egy parkban két pihenőhely közötti távolságot szeretnénk meghatározni. Amikor a közelebbi pihenőhely még 120 méterre van, akkor a két helyet 105° -os szögben látjuk. Ha 40 métert haladunk előre a közelebbi pihenőhely felé, akkor a két hely már 120° -os szögben látszik. Milyen távol van a két pihenőhely egymástól?
5. Egy szabályos háromszög alapú gúla alapéle 6 cm. Oldallapjai egyenlőszárú háromszögek, melyek az alaplappal 72° -os szöget zárnak be. Milyen hosszúak a gúla oldalélei?
6. Az ABC háromszög belsejében levő P pontra $\sphericalangle PAB = \sphericalangle PBC = \sphericalangle PCA = \varphi$. Mutassuk meg, hogy ha a háromszög szögei α , β és γ , akkor

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \gamma}.$$

7. Bizonyítsuk be, hogy egy α szög szinusza és koszinusza akkor és csak akkor racionális egyszerre, ha $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ racionális (vagy nem értelmezett).
 8. Egy paralelogramma belső szögfelezői által meghatározott négyszög területe a paralelogramma területének harmada. Határozzuk meg a paralelogramma szomszédos oldalainak arányát.
 9. Az ABC háromszög belsejében úgy helyezkedik el a D pont, hogy $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BAC + 90^\circ$. Bizonyítsuk be, hogy az ABD és ACD háromszögek körülírt körei *merőlegesen metszik egymást*. (Két kör merőlegesen metszi egymást, ha metszéspontjaikban húzott érintőik merőlegesek egymásra.)
 10. Az $ABCD$ négyszögben az $\sphericalangle ABD = 20^\circ$, a $\sphericalangle DBC = 60^\circ$, az $\sphericalangle ADB = 30^\circ$ és a $\sphericalangle BDC = 70^\circ$. Bizonyítsuk be, hogy a négyszög területe $12 \cdot (AB \cdot CD + AD \cdot BC)$.
-

1. Egy paralelogramma átlói 6 cm és 8 cm hosszúak. Közbezárt szögük 52° . Milyen hosszúak a paralelogramma oldalai, és az átlók mekkora részekre osztják a szögeket?
2. Egy háromszög egyik oldala 10 cm, a másik két oldal különbsége 3 cm hosszú. A 10 cm-es oldallal szemben lévő szög 108° . Milyen hosszúak a háromszög oldalai és szögei?
3. Egy ferde torony csúcsa a torony hajlásának irányában az aljától 50 méterre 72° -os emelkedési szögben látszik, az ellenkező irányba 30 métert haladva pedig 78° -os szögben látszik.
 - a) Milyen magasan volt eredetileg a torony csúcsa a földtől?
 - b) Milyen magasan van a torony csúcsa a földtől, miután az megdőlt? Hány fokos a dőlési szöge?
4. Egy parkban két pihenőhely közötti távolságot szeretnénk meghatározni. Amikor a közelebbi pihenőhely még 120 méterre van, akkor a két helyet 105° -os szögben látjuk. Ha 40 métert haladunk előre a közelebbi pihenőhely felé, akkor a két hely már 120° -os szögben látszik. Milyen távol van a két pihenőhely egymástól?
5. Egy szabályos háromszög alapú gúla alapéle 6 cm. Oldallapjai egyenlőszárú háromszögek, melyek az alaplappal 72° -os szöget zárnak be. Milyen hosszúak a gúla oldalélei?
6. Az ABC háromszög belsejében levő P pontra $\sphericalangle PAB = \sphericalangle PBC = \sphericalangle PCA = \varphi$. Mutassuk meg, hogy ha a háromszög szögei α , β és γ , akkor

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \gamma}.$$

7. Bizonyítsuk be, hogy egy α szög szinusza és koszinusza akkor és csak akkor racionális egyszerre, ha $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ racionális (vagy nem értelmezett).
8. Egy paralelogramma belső szögfelezői által meghatározott négyszög területe a paralelogramma területének harmada. Határozzuk meg a paralelogramma szomszédos oldalainak arányát.
9. Az ABC háromszög belsejében úgy helyezkedik el a D pont, hogy $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BAC + 90^\circ$. Bizonyítsuk be, hogy az ABD és ACD háromszögek körülírt körei *merőlegesen metszik egymást*. (Két kör merőlegesen metszi egymást, ha metszéspontjaikban húzott érintőik merőlegesek egymásra.)
10. Az $ABCD$ négyszögben az $\sphericalangle ABD = 20^\circ$, a $\sphericalangle DBC = 60^\circ$, az $\sphericalangle ADB = 30^\circ$ és a $\sphericalangle BDC = 70^\circ$. Bizonyítsuk be, hogy a négyszög területe $12 \cdot (AB \cdot CD + AD \cdot BC)$.