Függvényábrázolás

1. Ábrázoljuk a következő függvényeket:

   a) $x \mapsto \sin 2x$; *b)* $x \mapsto \sin \frac{1}{2}x$; *c)* $x \mapsto |\sin x|$; *d)* $x \mapsto \sin |x|$.

2. Ábrázoljuk:

   a) $x \mapsto \operatorname{tg} 2x$; $x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$;

   b) $x \mapsto |\operatorname{tg} x|$; $x \neq \dfrac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$;

   c) $x \mapsto \operatorname{ctg} \frac{1}{2}x$; $x \neq 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

3. Ábrázoljuk a következő függvényeket:

   a) $x \mapsto -1 + 3\sin\dfrac{x}{2}$; *b)* $x \mapsto \dfrac{\cos x}{2} + \dfrac{1}{2}$; *c)* $x \mapsto 2 - \operatorname{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

4. Ábrázoljuk a következő függvényeket:

   a) $x \mapsto \frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$; *b)* $x \mapsto \sin x + \cos x$; *c)* $x \mapsto 3\sin x + \cos x$.

5. Ábrázoljuk a következő függvényeket:

   a) $x \mapsto |\operatorname{ctg} x|$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; *b)* $x \mapsto \operatorname{tg} |x|$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

6. Értelmezzük, ábrázoljuk és jellemezzük az alábbi függvényeket:

   a) $x \mapsto \arcsin x$; *b)* $x \mapsto \arccos x$; *c)* $x \mapsto \operatorname{arc\,tg} x$; *d)* $x \mapsto \operatorname{arc\,ctg} x$.

7. Ábrázoljuk a következő függvényeket:

   a) $x \mapsto \sin(\arcsin x)$, $|x| \leq 1$;

   b) $x \mapsto \arcsin(\sin x)$, $x \in \mathbb{R}$;

   c) $x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arc\,tg} x)$, $x \in \mathbb{R}$;

   d) $x \mapsto \operatorname{arc\,tg}(\operatorname{tg} x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi^2\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Azonosságok

1. Igazoljuk, hogy

   a) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha + 1$, ha $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + n\pi$, $\alpha \in \mathbb{Z}$; *b)* $\dfrac{1}{\sin^2\alpha} = \operatorname{ctg}^2\alpha + 1$, ha $\alpha \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

2. Igazoljuk a következő azonosságokat:

   a) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$;

   b) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$;

   c) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$;

   d) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

   e) $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$;

   f) $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$;

   g) $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$;

   h) $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$;

   i) $\sin^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{2}$;

   j) $\cos^2\alpha = \dfrac{1 + \cos 2\alpha}{2}$.

3. Igazoljuk a következő azonosságokat:

   a) $\sin x + \sin y = 2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$;

   b) $\sin x - \sin y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$;

   c) $\cos x + \cos y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$;

   d) $\cos x - \cos y = -2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$;

e) $\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$;

f) $\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$;

g) $\sin x \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y))$;

h) $\sin x = \dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\,\frac{x}{2}}$;

i) $\cos x = \dfrac{1-\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\,\frac{x}{2}}$;

j) $\mathrm{tg}\, x = \dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\,\frac{x}{2}}$.

4. Igazoljuk táblázat és zsebszámológép használata nélkül: $\sin 45° = \sin 75° - \sin 15°$.

5. Igazoljuk: $\dfrac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = \mathrm{tg}\, 2\alpha + \dfrac{1}{\cos 2\alpha}$.

6. Egy háromszögben (a szokásos jelöléseket használva):
$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} = \frac{3}{a+b+c}.$$
Mekkora az α szög?

7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszögben $3\alpha + 2\beta = 180°$, akkor $a^2 + bc - c^2 = 0$.

8. Bizonyítsd be, hogy $\sin 50° + \sin 10° = \sin 70°$. (Ez egyben példa arra, hogy $\sin(\alpha+\beta) \neq \sin\alpha + \sin\beta$.)

9. Bizonyítsd be, hogy $\sin 15° \cdot (\sin 105° + \sin 75°) = \frac{1}{2}$.

10. Igazold, hogy ha egy háromszög szögeire érvényes a
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\cos(\alpha+\gamma)}{\cos(\beta+\gamma)}$$
összefüggés, akkor a háromszög egyenlő szárú vagy derékszögű!

11. Igazoljuk a következő azonosságokat:

    a) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x$;

    b) $\mathrm{tg}\, 3x = \mathrm{tg}\, x\, \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$, ha minden tényezőnek van értelme;

    c) $\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\beta}{2} + \mathrm{tg}\,\frac{\beta}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\gamma}{2} + \mathrm{tg}\,\frac{\gamma}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} = 1$, ha α, β, γ egy háromszög szögei.

12. Igazoljuk, hogy $\mathrm{tg}\, 20° \cdot \mathrm{tg}\, 40° \cdot \mathrm{tg}\, 80° = \sqrt{3}$.

13. Igazoljuk, hogy $\cos\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{4\pi}{7} \cdot \cos\frac{5\pi}{7} = \frac{1}{8}$.

14. Igazoljuk a következő azonosságokat:

    a) $\cos 5\alpha = \cos^5\alpha - 10\cos^3\alpha\sin^2\alpha + 5\cos\alpha\sin^4\alpha$;

    b) $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$.

15. Igazoljuk: $\dfrac{1}{2\sin 10°} - 2\sin 70° = 1$.

Egyenletek

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

    a) $2\sin x = 1$; *b*) $2\cos x = \sqrt{3}$; *c*) $\mathrm{tg}\, x = 1$; *d*) $\mathrm{ctg}\, x = \sqrt{3}$.

2. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $\sin^3 x \cos x - \sin x \cos^3 x = \dfrac{1}{4}$;

b) $\dfrac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = 1 + \sin^2 x$;

c) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$;

d) $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \dfrac{1}{2}\sin 2x$;

e) $\operatorname{ctg}^2 x = \dfrac{1 + \sin x}{1 + \cos x}$.

3. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$;

b) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin x \cos x$.

4. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $\dfrac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = 1 + \sin 2x$;

b) $\dfrac{1}{2}\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) = \sin^2 x \cos^2 x + \sin x \cos x$;

c) $\operatorname{ctg}^2 x = \dfrac{1 + \sin x}{1 + \cos x}$;

d) $\sin^5 x - \cos^5 x = \dfrac{1}{\cos x} - \dfrac{1}{\sin x}$;

e) $(\sin x \cdot \cos x) \cdot \sqrt{2} = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$;

f) $\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right) \sin 4x = 2$;

g) $2\operatorname{ctg} 2x - 3\operatorname{ctg} 3x = \operatorname{tg} 2x$;

h) $2 + \cos x = 2\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}$.

5. Oldjuk meg:

a) $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} x$;

b) $\cos 3x + \sin 5x = 0$;

c) $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$;

d) $2\cos^2 x - 1 = \sin 3x$;

e) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.

6. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} 4x = 0$;

b) $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{17}{32}$;

c) $\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right) \sin 4x = 2$;

d) $\sin^{2n} x + \cos^{2n} x = 1$, $n > 0$ egész;

7. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $\sin 2x = \sqrt{2}\cos x$;

b) $\sin x \cos x \sin 2x = \frac{1}{8}$;

c) $\operatorname{tg} 2x = 3\operatorname{tg} x$;

d) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$.

8. Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket!

a) $\left.\begin{aligned} x + y &= \dfrac{\pi}{3} \\ \sin x + \cos y &= 1 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} \sin x \sin y &= \dfrac{1}{4} \\ \cos x \cos y &= \dfrac{3}{4} \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} \sin x + \cos y &= 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 y &= \dfrac{1}{2} \end{aligned}\right\}, \ 0 < x, y < \pi$

d) $\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y &= 1 \\ \cos x \cos y &= \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right\}$

e) $\left.\begin{aligned} \sin^3 x &= \dfrac{1}{2}\sin y \\ \cos^3 x &= \dfrac{1}{2}\cos y \end{aligned}\right\}, \ 0 < x, y < \frac{\pi}{2}$

f) $\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y &= 2 \\ \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 2y &= 1 \end{aligned}\right\}$

Egyenlőtlenségek

1. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket:

a) $\sin 3x < \sin x$;

b) $\operatorname{tg}^2 x - \left(1 + \sqrt{3}\right)\operatorname{tg} x + \sqrt{3} < 0$;

c) $\sin x + \sqrt{3}\cos x > 0$;

d) $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 \geq 0$.

e) $\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg} x \geq 0$;

f) $\sin x + \cos x < \sqrt{2}$;

g) $\cos x \cdot |\cos x| \leq \frac{1}{2}$;

h) $\sqrt{3}\sin x + \cos x < 0$.

2. Igazoljuk, hogy ha $0 < x < \frac{\pi}{2}$, akkor $\left(1 + \frac{1}{\sin x}\right)\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) > 5$.

3. Igazoljuk, hogy ha $x, y, z > 0$, $x + y + z = \pi$, akkor $\sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{y}{2} \cdot \sin \frac{z}{2} < \frac{1}{4}$.

4. Igazoljuk, hogy ha $n \geq 1$, egész, akkor $\sin^{2n} x + \cos^{2n} x \geq \frac{1}{2^{n-1}}$.

5. Igazoljuk: $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{1}{4}$.

6. Oldjuk meg az egyenlőtlenségeket:

   a) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} > \frac{\operatorname{tg} x - 2}{\operatorname{tg} x + 2}$;

   b) $\cos^3 x \cos 3x - \sin^3 x \sin 3x > \frac{5}{8}$.

7. Igazoljuk, hogy ha $0 < x < \frac{\pi}{4}$, akkor $\frac{\cos x}{\sin^2 x(\cos x - \sin x)} > 8$.

8. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket:

   a) $\sin x \cdot \left(\cos x + \frac{1}{2}\right) \leq 0$;

   b) $\sin x < \cos x$;

   c) $\sqrt{5 - 2\sin x} \geq 6 \sin x - 1$.

9. Igazoljuk, hogy ha α, β, γ egy háromszög szögei, akkor $\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \leq \frac{1}{8}$.

Inverz trigonometrikus függvények

1. Számítsuk ki táblázat és zsebszámológép használata nélkül:

   a) $\arcsin \frac{1}{2}$;

   b) $\operatorname{arc\,tg} \sqrt{3}$;

   c) $\operatorname{arc\,tg} \frac{2}{3} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{3}$.

2. Igazoljuk, hogy ha $k > 0$ és egész, akkor $\operatorname{arc\,tg} \frac{1}{1 + k + k^2} = \operatorname{arc\,tg}(k+1) - \operatorname{arc\,tg} k$.

3. Oldjuk meg a valós számok körében: $\operatorname{arc\,tg} x + \operatorname{arc\,tg}(1 - x) = 2 \operatorname{arc\,tg} \sqrt{x - x^2}$.

4. Számítsuk ki:

   a) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)\right)$;

   b) $\arcsin\left(\cos\left(\frac{33}{5}\pi\right)\right)$.

5. Igazoljuk:

   a) $\operatorname{arc\,tg} \frac{1}{3} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{5} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{7} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{8}$;

   b) $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

6. Igazoljuk:

   a) $\arccos x = \arcsin \sqrt{1 - x^2}$, ha $0 \leq x \leq 1$;

   b) $\pi - \arcsin \sqrt{1 - x^2}$, ha $-1 \leq x < 0$.

7. Számítsuk ki: $\sin\left(2 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{5} - \operatorname{arc\,tg} \frac{5}{12}\right)$.

8. Igazoljuk, hogy ha $|x| < 1$, akkor $\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$.

9. Ábrázoljuk:

   a) $x \mapsto \arcsin(\cos x)$;

   b) $x \mapsto \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

10. Igazoljuk:

    a) $3 \arccos x - \arccos\left(3x - 4x^3\right) = \pi$, ha $|x| \leq \frac{1}{2}$;

    b) $2 \arctan x + \arcsin \frac{2x}{1 + x^2} = \pi \sin x$, ha $|x| \geq 1$.

Érettségi feladatok

1. Mennyi a $\text{ctg}\,\frac{3\pi}{4} \cdot \cos\frac{5\pi}{4} \cdot \text{tg}\,\frac{7\pi}{4}$ kifejezés pontos értéke?

2. Egy rombusz és egy vele egyenlő oldalú négyzet területének aránya 1 : 5. Mekkora a rombusz hegyesszöge?

3. Egy háromszög két szöge 30° és 45°, a 45°-os szöggel szemközti oldal 14 cm. Mekkora a másik két oldal?

4. Mekkorák annak az egyenlőszárú háromszögnek az alapon fekvő szögei, amelynek az alaphoz tartozó magassága 2, a szárhoz tartozó magassága pedig $\sqrt{15}$?

5. Egy $ABCD$ négyszögben az A csúcsnál α, a B csúcsnál β, a C csúcsnál γ és a D csúcsnál δ szög van. Mennyi a $\frac{BD}{AC}$ arány értéke, ha $\alpha = 60°$ és $\beta = \delta = 90°$?

6. Sík terepen kijelölt három pontról a következőket tudjuk: A és B távolsága 12 km, $BAC = 20$ és $ABC = 40$.

   a) Mekkora az AC és BC távolság?

   b) Az A-t C-vel összekötő út egy D pontja kétszer olyan távol van B-től, mint A-tól. Mekkora a DA távolság?

7. Egy radarral nagyméretű meteort vettek észre. A meteort akkor észlelte a radar, amikor légvonalban 30 km-re volt tőle, a föld felszíne fölött 22 km magasságban. Az észlelés után 32 másodperccel, a radartól légvonalban 23 km-re, 15 km magasságban a meteor apró darabokra hullott. Az észlelés és a szétesés radarhoz viszonyított iránya 28-os szöget zárt be. (A Föld gömbölyűségétől most eltekinthetünk, mert a Föld méreteihez képest kis távolságokról van szó. A radart pontszerűnek képzeljük, a Föld felszínén.)

   a) Mekkora szöget zár be az észlelési irány a vízszintessel?

   b) Mekkora utat tett meg a meteor az észlelés és a szétesés között?

   c) Mekkora volt a meteor átlagsebessége a megfigyelés során?

8. Az ABC háromszög körülírt körének sugara 26 cm, $BAC\sphericalangle = 60°$.

   a) Számítsa ki a BC oldal hosszát!

   b) Hány fokos a háromszög másik két szöge, ha az AC oldal b cm, az AB oldal pedig $3b$ cm hosszúságú?

   A keresett értékeket egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

9. Egy paralelogramma két oldalának hosszúsága 21 cm, illetve 24 cm, és egyik szöge 60°. Határozza meg annak a négyszögnek a területét, amelynek csúcspontjai a paralelogramma oldalfelező pontjai!

10. Egy egyenlő szárú háromszög magassága 12, beírt körének sugara 2 egység. Mekkorák a háromszög szögei és oldalai?

11. Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 120°-os, beírt körének sugara 3 egység. Mekkorák a háromszög oldalai?

12. Egy háromszög oldalai $\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\frac{3}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{\frac{3}{2}}$ hosszúságúak. Számítsuk ki a háromszög szögeit és területét!

13. Egy rombusz egyik szöge feleakkora, mint egy másik szöge, a hosszabbik átlója 12 egység. Számítsa ki a rombusz szögeit, oldalát, másik átlóját és területét!

14. Egy háromszög két súlyvonala 3, illetve 5 egység, és ez a két súlyvonal 65°-os szöget zár be egymással. Mekkora a háromszög területe?

15. Adott a síkon három pont: A, B, C. Tudjuk, hogy B kétszer olyan messze van C-től, mint A, továbbá azt is tudjuk, hogy C-ből az AB szakasz 60°-os szög alatt látszik. Mekkora szögben látszik A-ból a CB szakasz?

16. Egy 25 fokos lejtőn függőlegesen álló fa, pontosan a lejtő emelkedése irányában, 2 m hosszú árnyékot vet. Milyen magas a fa, ha ugyanakkor a vízszintes talajon álló ember árnyéka a test magasságának 70%-a?

17. Az R és r sugarú körök a C pontban kívülről érintik egymást. A körök közös külső érintője az egyik kört az A, a másik kört a B pontban érinti. Bizonyítsa be, hogy az ABC háromszög derékszögű! Fejezze ki az ABC háromszög területét a körök sugarával!

18. Egy 120°-os szög csúcsa köré egységkört rajzolunk. Számítsa ki annak az egységkört belülről érintő körnek a sugarát, amely a szög szárait érinti!

19. Egy 10 cm sugarú körbe írt egyenlő szárú háromszögben az alappal szemben fekvő szög 80°. Mekkora a háromszög kerülete?

20. Egységnyi átfogójú derékszögű háromszög egyik szöge 60°. E háromszög átfogójára négyzetet, befogóira pedig egyenlő oldalú háromszögeket emeltünk úgy, hogy ezek mindegyike a háromszögön kívül feküdjék. számítsa ki az így kapott további négy csúcspont által meghatározott négyszög területét!

21. Egy háromszögben $\alpha = 60°$, $\beta = 50°$ és $a - b = 10$ cm. Mekkora a háromszög kerülete?

22. Egy reptérről 1 perc eltéréssel száll fel két repülő. Az egyik dél felé, a másik északkelet felé repül 600 km/h sebességgel. Mennyi idő múlva lesznek 200 km távolságra egymástól?

23. Három város – A, B és C – távolsága: $AB = 25$ km, $AC = 15$ km és $BC = 20$ km. A *Gigabaud* Internet szolgáltató szeretne szélessávú Internet hozzáférést biztosítani a három városban, ehhez egyetlen elosztóközpontot akar létrehozni, ahonnan optikai kábel vezetne egyenesen a városokba. A világgazdasági recesszió (hanyatlás) miatt különösen fontos a takarékosság, ezért szeretnék minimalizálni a felhasznált optikai kábelek összhosszát. A cég (egyetlen) matematikusa elárulta, hogy az elosztó központot az ABC háromszög *izogonális pontjában* kell megépíteni, ahonnan a háromszög oldalai 120°-os szög alatt látszanak.

    Összesen hány km kábelre lesz szükség, ha megfogadják a matematikus tanácsát?

24. A következő táblázatban háromszögek három adatát adtuk meg. Döntsd el, hogy a megadott értékekkel létezik-e háromszög, és ha igen, akkor egyetlen ilyen háromszög van-e, vagy több. Ha létezik háromszög, akkor válaszolj az utolsó oszlopban feltett kérdésre. (Több megfelelő háromszög esetén mindegyik esetre ki kell számolnod a kérdezett mennyiséget.)

1. adat	2. adat	3. adat	kérdés
$\alpha = 120°$	$b = 5$	$c = 6$	$a = ?$
$a = 1$	$b = 2$	$c = 3$	$\gamma = ?$
$a = 12$	$b = 16$	$\alpha = 45°$	$\beta = ?$
$a = 10$	$b = 12$	$\gamma = 80°$	$m_c = ?$

25. Egy háromszög egyik oldalának hossza 6 cm. Az ezeken nyugvó két szög 50° és 60°. A háromszög beírt körének középpontját tükrözzük a háromszög oldalaira. E három pont a háromszög csúcsaival együtt egy konvex hatszöget alkot.

    (a) Számítsd ki a hatszög azon két oldalának hosszát, amely a háromszög 50°-os szögének csúcsából indul!

    (b) Hány négyzetcentiméter a hatszög területe?

26. Egy függőleges tartórúdra a talajtól 4 m magasan mozgásérzékelőt szereltek, a hozzákapcsolt lámpa 140°-os nyílásszögű forgáskúpban világít függőlegesen lefelé.

    a) Készíts vázlatrajzot az adatok feltüntetésével!

    b) Milyen messze van a lámpától a legtávolabbi megvilágított pont?

    c) Megvilágítja-e az érzékelő lámpája azt a tárgyat, amelyik a talajon a tartórúd aljától 15 m távolságra van?

    d) A tartórúdon méterenként kampókat helyeztünk el, amelyekre fel tudjuk akasztani a mozgásérzékelő lámpáját. Alulról számítva hányadik kampót használjuk, ha azt akarjuk, hogy a vízszintes talajon ne világítson meg a lámpa 100 m^2-nél nagyobb területet?

Források

1. Scharnitzky Viktor *Egyetemi felvételi feladatok*

2. Urbán János *Trigonometria feladatok*, gépelte: Asztalos M., Kovács L., Sólyom B.