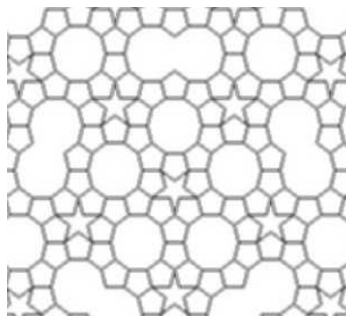


Csempézések, átdarabolások, területszámítás

1. (C) Az ábrán látható csempézést Johann Kepler (1571-1630) találta. Mekkora az alakzatok szögei? Milyen szimmetriái vannak a csempézésnek?



2. (C) Az ábrán látható alakzatok közül melyikkel lehet a síkot hézagmentesen és egyrétűen csempézni?



3. (C) Bizonyítsuk be, hogy ha egy konvex ötszög két oldala egyenlő és párhuzamos, akkor ezzel az ötszöggel a sík csempézhető! Bizonyítsuk be, hogy egy konkáv deltoiddal is csempézhető a sík!
4. Területátdarabolással vezessük le a paralelogramma, a háromszög, a trapéz és a deltoid területképletét!
5. (Pitagorasz tétele) Mutassuk meg, hogy ha egy derékszögű háromszög befogóinak hossza a és b , átfogójának hossza c , akkor $a^2 + b^2 = c^2$. Igaz-e az előző állítás megfordítása?
6. (KJ) Területszámítással kapcsolatos lemmák.
- a) Ha adott egy AB szakasz és annak egy belső P pontja, akkor a sík tetszőleges AB egyenesre nem illeszkedő C pontja esetén $T_{ACP} : T_{BCP} = AP : PB$.
- b) Ha F az AB szakasz felezőpontja, akkor $T_{ACF} = T_{BCF}$, azaz a súlyvonal felezi a háromszög területét.
- c) Ha adott egy AB szakasz és egy vele párhuzamos e egyenes, akkor az e egyenes tetszőleges C pontja esetén az összes ABC háromszög területe ugyanakkora.
- d) Ha egy háromszög egyik oldalát k -szorosára változtatjuk, akkor olyan háromszöget kapunk, amelynek területe k -szorosa az eredeti háromszög területének.
7. (KJ) Egy konvex négyszöget középvonalai négy részre osztanak. Mutassuk meg, hogy ezek közül két-két szemközti területének összege egyenlő!
8. (KJ) Egy négyszög egyik átlója felezi a négyszög egyik középvonalát. Mutassuk meg, hogy ez az átló a négyszög területét is felezi!
9. (KJ) Egy konvex négyszöget átlói négy háromszögre bontanak. Mind a négy háromszög területének a mértéke egész szám. Igazoljuk, hogy ennek a négy egész számnak a szorzata nem végződik 1998-ra!
10. (KJ) Az $ABCD$ konvex négyszög átlóinak metszéspontja M . Az AMD , AMB , CMB háromszögek területe rendre 6, 10, 6 egység. Igazoljuk, hogy az $ABCD$ négyszög trapéz! Mekkora a négyszög területe?
11. (KJ) Az $ABCD$ és $AEFG$ paralelogrammák úgy helyezkednek el a síkban, hogy az A csúcsuk közös, továbbá E illeszkedik a BC oldalra, D pedig az FG oldalra. Igazoljuk, hogy a két paralelogramma területe egyenlő!
12. (KJ) Az ABC háromszög belsejében levő O ponton át párhuzamosokat húzunk az oldalakkal, így három trapézt kapunk. Megrajzoljuk ezen trapézok egy-egy átlóját úgy, hogy azoknak ne legyen közös végpontja. Ezek az átlók 7 részre vágják az ABC háromszöget, 4 háromszögre és 3 négyszögre. Mutassuk meg, hogy ezek közül három olyan háromszög területének összege, amelynek egyik oldala az ABC háromszög oldalain van, egyenlő a negyedik háromszög területével!

Források

(KJ) Katz Sándor, Jakab Tamás: Tehetségfejlesztő feladatsorok - Terület; (C) David C. Kay, College Geometry: A Discovery Approach