

Számrendszerek

1. (M) M, A, R, O, K.

a) Hány ötbetűs „szó” (értelmes vagy értelmetlen betűsorozat) képezhető ezekből a betűkből, ha mindegyik betűt *egyszer* használhatjuk?

b) Leírjuk az összes ilyen szót „abc”-sorrendben. Az első néhány: AKMOR, AKMRO, AKOMR. Melyik szó lesz a listában a 85-ödik?

2. (M) M, A, R, O, K.

a) Hány ötbetűs „szó” (értelmes vagy értelmetlen betűsorozat) képezhető ezekből a betűkből, ha mindegyik betűt *akárhányszor* felhasználhatjuk?

b) Leírjuk az összes ilyen szót „abc”-sorrendben. Az első néhány: AAAAA, AAAAAK, AAAAM. Melyik szó lesz a listában a 85-ödik?

c) A tanár a következő órán villámkérdést tervez feltenni. Mond egy számot és rá kell vágni, hogy a listában mi az annyiadik szó *utolsó* betűje. Találjunk ki gyors módszert a helyes válasz megtalálására!

d) Hogyan található ki az *utolsó előtti* betű, az első három meghatározása nélkül?

3. (G) Bergengóciában készül az új pénz, az *operó*. A legelső sorozat bankói *hétjegyű* kódokkal is ellátták, amelyeken 1-től 7-ig az összes szám szerepel. Éppen annyit nyomtattak, ahány ilyen kódszám van, egyetlen köteggben ott a teljes sorozat, a kódszámok növekvő sorrendben követik egymást.

a) A pénzügyminiszter megtekinti a 2436571 sorszámút. Hányadik bankjegyet választotta?

b) Melyik a sorrendben a 2012-ik kódszám?

4. *Faktoriáliában* egy vegyes alapú számrendszert használnak. Egy példa:

$$2010_! = 2 \cdot 3! + 0 \cdot 2! + 1 \cdot 1! + 0 \cdot 0! = 2 \cdot 6 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 = 13$$

Általában jobbról a k -adik jegy legfeljebb $k - 1$ lehet és helyértéke $(k - 1)!$.

Az utolsó jegy kötelezően 0.

a) Írjuk át a 2012 (tíz-es számrendszerbeli) számot faktoriális alapú számrendszerbe!

b) $4433221100_! = ?$

5. (G) Pirula professzor december elsején reggel 8-kor egy Petri-csészébe olyan baktériumokat telepített, amelyek 24 óra alatt kettéosztódnak. A kísérlet során három különböző napon, ugyancsak reggel 8-kor alkalmanként egy-egy újabb baktériumot helyeztek ebbe a tenyészetbe. December 17-én reggel 9-kor a csészében éppen egymillió sejt volt. Hány sejttel indult a kísérlet?

6. (B) A kilenctagú $(1,2,3,4,5,6,7,8,9)$ számsorozatot állítsuk elő minél kevesebb olyan 9 tagú számsorozat „összegeként”, amelyek mindegyikében csak kétféle szám szerepel. (Például $(0,2,2,0,0,2,2,0,0)$ ilyen.) A sorozatok összegét úgy értelmezzük, hogy az azonos helyen álló számokat adjuk össze (pl. $(1,1,0,0,1,0,0,0,1) + (0,2,2,0,0,2,2,0,0) = (1,3,2,0,1,2,2,0,1)$).

7. (Gy) a) A lehető legkevesebb mérő súly segítségével szeretnénk lemérni egész kg tömegű, 100 kg-nál nem nehezebb tárgyakat. Használhatunk egy kétkarú mérleget, aminek egyik serpenyőjébe tesszük a megméréndő tárgyat, a másikba a mérő súlyokat. Milyen súlyokat használjunk?

b) Milyen súlyokat használjunk akkor, ha a mérleg mindkét serpenyőjébe tehetjük őket?

8. (K) Megfigyelhető-e 16-os számrendszerben is az alábbi „jelenség”?

$$\begin{aligned} 1 \cdot 8 + 1 &= 9 \\ 12 \cdot 8 + 2 &= 98 \\ 123 \cdot 8 + 3 &= 987 \\ 1234 \cdot 8 + 4 &= 9876 \end{aligned}$$

Források

(M) matek.fazekas.hu Matkőnyv, Számelmélet 7-8, Számrendszerek; (G) Élet és tudomány, A gondolkodás iskolája, 2005-2008; (B) Bergengóc példatár 0., 1.; (K) Kőmal fórum; (Gy) Matematika, Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.