

## Körök

### Szerkesztések

1. Adott egy  $k$  kör és rajta kívül egy  $P$  pont. Szerkesztendő a  $k$  kör  $P$ -n átmenő érintőit.
2. Adott a  $k$  kör és az  $\alpha$  szög. Szerkesszünk olyan pontokat a síkon, amelyekből a  $k$ -hoz húzott érintők által bezárt szög  $\alpha$ .
3. Adott a  $k_1$  és  $k_2$  kör. Szerkesztendő a körök közös érintői.
4. Szerkesszük meg egy adott háromszög oldalegyeneseit érintő köröket.
5. Egy  $k$  kör két pontja  $A$  és  $B$ . Szerkesszük meg a  $k_1$  és  $k_2$  köröket, amelyek
  - sugara egyenlő;
  - érintik egymást;
  - és érintik a  $k$  kört.Mekkora a  $k_1, k_2$  körök sugara?
6. Adott a síkon három egyenlő sugarú kör. Szerkesszünk mindhármat érintő kört.

### Kerület és terület

1. Egy futótűz minden irányban 1 km/h sebességgel terjed. Amikor a tűz egy 1 km sugarú kört égetett ki, egy buldózer érkezik a tűz széléhez, hogy árkot vájjon, ami által megakadályozza a tűz továbbterjedését. A buldózer legfeljebb 14 km/h sebességgel tud haladni. Adjunk meg a buldózernek olyan utat, hogy a teljes felégetett terület ne legyen nagyobb, mint  $13 \text{ km}^2$ .
2. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges háromszögben  $T = r \cdot s = r_a(s - a) = r_b(s - b) = r_c(s - c)$ , ahol  $s$  a félkerület,  $r_x$  pedig az  $x$  oldalhoz hozzáírt kör sugara.

### Érintőszakaszok és érintőkörök

1. Egy háromszög oldalainak hossza  $a, b, c$ . Fejezzük ezek segítségével a beírt és hozzáírt körök által meghatározott érintőszakaszokat.
2. Két koncentrikus körhöz egy-egy érintőt húztunk, amelyek egymásra merőlegesek. Az érintők metszéspontja  $M$ . Határozzuk meg  $M$  mértani helyét.
3. Az  $ABC$   $C$ -nél derékszögű háromszög  $CA$  oldalán fekszik a  $k$  félkör átmérője.  $k$  érinti a  $BA$  átfogót és a  $BC$  befogót. Fejezzük ki  $k$  sugarának hosszát a háromszög oldalaiival.
4. (Feuerbach-tétel speciális esete) Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű háromszög oldalfelező pontjain átmenő kör érinti a beírt és a hozzáírt köröket.

### Versenyfeladatok

1. Egy derékszögű háromszög  $CA$  és  $CB$  befogóján úgy vettük fel a  $P$  és  $Q$  pontokat, hogy a  $BP$  és  $AQ$  szakaszok  $M$  metszéspontjára  $CQMP$  érintőnégyzet. Tudjuk továbbá, hogy  $CQMP$  és  $ABM$  beírt körének sugara egyenlő. Fejezzük ki ezt a sugarat a háromszög oldalaiival.
2. Az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalán mozog a  $D$  pont. Az  $ADC$  és  $BDC$  háromszögek beírt köreinek  $AB$ -től különböző külső közös érintője a  $CD$  szakaszt  $M$  pontban metszi. Mi az  $M$  mértani helye, ha  $D$  befutja az  $AB$  szakaszt?