

## 8C – Gráfok

A [matek.fazekas.hu](http://matek.fazekas.hu) oldalon található „Matkönyv” feladatgyűjtemény feladatai.

1. Egy társaságban öt ember találkozott. Megkérdeztük őket, kinek hány ismerőse van ötük között. A válaszok:  
A: Négy embert ismerek.  
B: Kevesebb ismerősöm van, mint A-nak.  
C: Ugyanannyi ismerősöm van, mint D-nek.  
D: Eggyel kevesebb ismerősöm van, mint E-nek.  
E: Páratlan számú embert ismerek.  
Ismeri-e egymást C és D?
2. Rajzoljunk „térképet”, amin 5 város van, a városok között utak.
  - a) Az egyes városokból 1,2,2,3,4 út indul. Hány út van a térképen?
  - b) Az egyes városokból 1,2,2,3,3 út indul. Hány út van a térképen?
3. Igaz-e, hogy bármely 9 tagú társaságban van olyan ember, akinek páros számú ismerőse van?
4. Van-e olyan tíztagú társaság, amelyben az embereknek rendre
  - a) 4,3,3,3,3,3,3,3,3,3;
  - b) 9,3,3,3,3,3,3,3,2,0;
  - c) 9,3,3,3,3,3,3,3,2,2;
  - d) 9,9,9,8,8,8,7,6,4,4ismerőse van? (Az ismeretséget kölcsönösnek tételezzük fel.)
5. Egy város telefonközpontjában számon tartják, hogy a központhoz tartozó telefonállomások mindegyikéről hány másikat hívtak fel aznap (ha egy állomást többször is felhívtak, azt is csak egynek számítják). Igaz-e, hogy van két telefonállomás, amelyről ugyanannyit hívtak?
6. Egy társaságban némely emberek kezét fogták egymással. Igaz-e, hogy mindig van két ember, aki ugyanannyiszor fogott kezét?
7.
  - a) Egy társaságban lejátszottak néhány sakkmérkőzést. Bármely két ember legfeljebb egy mérkőzést játszott egymás ellen. Bizonyítsuk be, hogy mindenképpen volt két olyan ember, aki ugyanannyi emberrel mérkőzött meg.
  - b) Igaz marad-e az állítás akkor is, ha megengedjük, hogy két ember többször is mérkőzzön egymással?
8. Egy táncos estén négy fiú és négy lány vett részt. Megkérdeztük a lányokat, hogy hány fiúval táncoltak és a következő válaszokat kaptuk: 3, 1, 2, 2. Megkérdeztük a fiúkat is, hogy hány lánnyal táncoltak és a következő válaszokat adták: 2, 2, 3, 2. Mutassuk meg, hogy valaki nem az igazat mondta!
9.
  - a) Egy táncos estén 21 fiú és 21 lány vett részt. Minden fiú vagy négy lánnyal vagy két lánnyal táncolt, kivéve egyet, aki hat lánnyal táncolt. Lehetséges-e, hogy minden lány három vagy öt fiúval táncolt?