

Racionális és irracionális számok

1. Miért nem lehet $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 34}$?
2. Mutassuk meg, hogy $0,123456789101112131415 \dots$ irracionális!
3. Ha a) $\frac{1}{7}$; b) $\frac{1}{52}$ tizedestört alakjának felírnánk több mint 100 tizedesjegyét, akkor mi állna a 100. helyen?
4. Számoljuk ki $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ és $\frac{6}{7}$ tizedestört alakját és tegyünk megfigyelést!
5. Válasszuk ki az alábbi törtek közül azokat, amelyek tizedestört alakja véges!

$$\frac{3}{40} \quad \frac{31}{7} \quad \frac{21}{60} \quad \frac{3}{1024} \quad \frac{1}{2005} \quad \frac{7}{1250}$$

6. A négyzetszámokból a következő tizedestörtöt készítjük: $0,149162536 \dots$. Mi ennek a számnak a
a) 100-adik;
b) 1000-edik tizedesjegye?
c) Ismétlődő tizedestört-e a fenti szám?
7. Az alábbi állítások közül melyek igazak?
a) Két racionális szám összege mindig racionális;
b) Két irracionális szám összege mindig irracionális;
c) Egy racionális és egy irracionális szám összege mindig irracionális;
d) Két racionális szám szorzata mindig racionális;
e) Egy racionális és egy irracionális szám szorzata mindig irracionális;
f) Két irracionális szám szorzata mindig irracionális.
8. a) Lehet-e két irracionális szám összege és szorzata is racionális?
b) Lehet-e két irracionális szám összege és különbsége is racionális?
c) Lehet-e két irracionális szám hányadosa és különbsége is racionális?
9. a) Mutassuk meg, hogy bármely két racionális szám közé esik racionális szám!
b) Mutassuk meg, hogy bármely két irracionális szám közé esik racionális szám!
c) Mutassuk meg, hogy bármely két racionális szám közé esik irracionális szám!
d) Mutassuk meg, hogy bármely két irracionális szám közé esik irracionális szám!
10. Melyek azok az n pozitív egészek, amelyekre \sqrt{n} irracionális?
11. Melyik racionális?

$$2\sqrt{2} \quad \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad \sqrt{169}$$

12. Van-e három olyan irracionális szám, amelyek közül bármely kettő összege racionális?
13. Igazoljuk, hogy tetszőlegesen adott hat irracionális szám közül mindig kiválasztható három úgy, hogy bármely kettő összege irracionális!

Források

1. (RS) Róka Sándor *1500 feladat az elemei matematika köréből*
2. (MK) "Matkönyv" a matek.fazekas.hu oldalon