0861. MODUL

HOZZÁRENDELÉSEK, FÜGGVÉNYEK

Grafikonok vizsgálata, hozzárendelések, függvények

KÉSZÍTETTE: BIRLONI SZILVIA ÉS HARSÁNYI ZSUZSA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Adatok grafikus ábrázolása. Grafikonok értelmezése, adatok leolvasása. Hozzárendelések vizsgálata, példák a hétköznapi életből, adatok leolvasása és értelmezése. Hozzárendelési szabályok felismerése. Tájékozódás a koordinátarendszerben. A függvény értelmezési tartománya, értékkészlete.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	8. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* mindennapi élet, statisztika, fizika, biológia. *Szűkebb környezetben:* hozzárendelések, halmazok, koordináta-rendszer, algebrai kifejezések, műveletek. *Ajánlott megelőző tevékenységek:* hozzárendelések vizsgálata, pontok ábrázolása koordináta-rendszerben, algebrai kifejezések átalakításai. *Ajánlott követő tevékenységek:* Függvények ábrázolása, értelmezése. Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása.
A képességfejlesztés fókuszai	*Számolás kompetencia:* helyettesítési érték számolása, műveletvégzés sorrendje. *Mérés, becslés:* táblázatok, grafikonok vizsgálata, ill. készítése. *Mennyiségi következtetés:* egyik mennyiség változása milyen változást hoz létre a hozzárendelt értékek körében. *Szövegértés, problémamegoldás, metakognició:* gyakorlati problémák, feladatok a hétköznapi életben, ezek matematikai leírása, vizsgálata. *Rendszerezés, kombinativitás:* módszeres próbálkozás. *Dedukció, indukció:* szabályalkotás, szabályok alkalmazása konkrét esetekben.

AJÁNLÁS

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen. A feldolgozás során sokszor ajánlottunk kooperatív módszereket. A pedagógus az osztály ismeretében rugalmasan kezelje ezeknek a módszereknek az alkalmazását. Más módszerek alkalmazása mellett is dönthet.

A függvények és sorozatok témáját három egymást követő modulban történő feldolgozásra ajánljuk. A harmadik modul egy mérőlapot tartalmaz. Mivel a témakör feldolgozása több modulon keresztül történik, az átláthatóság kedvéért az alábbiakban a témakör vázlatos felépítését leírjuk.

– Először a grafikonok vizsgálatával foglalkozunk azért, hogy a gyerekek belássák a grafikus ábrázolás előnyeit.

– Ezután a függvényfogalom megértéséhez, pontosításához szükséges alapismereteket ismételjük át, és mélyítjük el:

  halmazok egymáshoz rendelése

  tájékozódás a koordinátarendszerben (két ismeretlenes nyitott mondatok megoldáshalmazának ábrázolása)

– A hozzárendelések egyértelműségének vizsgálata, ábrázolási módjai – a függvény fogalma
– Az értelmezési tartomány és az értékkészlet megvilágítása konkrét példákon keresztül
– A függvényekhez kapcsolódó jelölések ismétlése, rendszerezése, ismerkedés új jelölésekkel
– Függvények grafikonjának ábrázolása a koordinátarendszerben értéktáblázat segítségével
– A lineáris függvény
– A másodfokú függvény
– Az abszolút érték és a törtfüggvény
– Függvény transzformáció
– A számsorozatok, mint speciális függvények
– A számtani sorozat és alkalmazása gyakorlati feladatokban
– A mértani sorozat és gyakorlati alkalmazása
– Felmérés

TÁMOGATÓ RENDSZER

Hétköznapi életből gyűjtött példák függvényekre, írásvetítő, előre nyomtatott koordináta-rendszer különböző egységekkel, feladatlapok

ÉRTÉKELÉS

Az egyéni és csoportos munka során szóbeli értékelés, a téma végén értékelő feladatlap kitöltése

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Grafikonok vizsgálata			
1.	Csoportalakítás	Műveletek, számolási készség	1. tanári melléklet
2.	Következtetés szövegből és grafikonból	Szövegértés, összefüggések keresése	2. tanári melléklet (Feladatkártyák) 1. feladatlap
3.	A grafikonok jelentősége – tanári összefoglalás		
II. Mozgásgrafikonok			
1.	Olvasás a grafikonról	Szövegértés, szövegalkotás	2. feladatlap
2.	Következtetés grafikonból	grafikonértelmezés	2. feladatlap
3.	Venn-diagramon ábrázolt halmazok egymáshoz rendelése	Szabályalkotás, -felismerés	3. tanári melléklet
III. Geometriai és számelméleti hozzárendelések			
1.	Geometriai hozzárendelések	Szabálykeresés, szövegértés	3. feladatlap
2.	Számelméleti hozzárendelések	Szabálykeresés, szövegértés	4. feladatlap
IV. Tájékozódás a koordinátarendszerben			
1.	Koordinátákkal megadott pontok ábrázolása	koordinátarendszer, szövegértés	5. feladatlap
2.	Ábrázolás a pontok koordinátái közötti összefüggés alapján		6. feladatlap, 4. tanári melléklet
3.	Játékgépek	Szabálykeresés, szabálykövetés	7. feladatlap

V. A függvény fogalma			
1.	A hozzárendelések ábrázolási módjai		8. feladatlap 1.
2.	A függvény fogalma	Fogalomalkotás, absztrakciós képesség	8. feladatlap 2.
3.	Jelölések alkalmazása		8. feladatlap 3.

VI. A függvény fogalmának és grafikus ábrázolásának mélyítése			
1.	Értelmezési tartomány és értékkészlet fogalma és vizsgálata konkrét függvények esetén	Fogalomalkotás, absztrakciós képesség	9. feladatlap: Példa, 1. feladat
2.	A függvényfogalom mélyítése		9. feladatlap 2-4.
3.	Gyakorlás		10. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Grafikonok vizsgálata

1. Csoportalakítás

Amennyiben nincsenek csoportok, akkor az 1. tanári melléklet kártyáit vágjuk ki, és osszuk ki a gyerekeknek!

1. tanári melléklet –
lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!

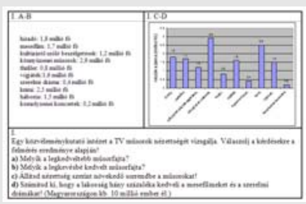
	Érték	„+"	„−"	„·"	„:"
1.	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}-\frac{4}{5}$	$\frac{48}{75}\cdot\frac{25}{30}$	$\frac{16}{9}:\frac{10}{3}$
2.	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}-\frac{5}{3}$	$\frac{12}{15}\cdot\frac{25}{24}$	$\frac{30}{45}:\frac{12}{15}$
3.	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$	$\frac{35}{18}\cdot\frac{6}{28}$	$\frac{6}{21}:\frac{24}{35}$
4.	$\frac{7}{18}$	$\frac{5}{18}+\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{9}$	$\frac{49}{10}\cdot\frac{5}{63}$	$\frac{5}{12}:\frac{45}{42}$
5.	$\frac{13}{24}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{24}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{8}$	$\frac{26}{21}\cdot\frac{7}{16}$	$\frac{26}{40}:\frac{12}{10}$
6.	$\frac{13}{21}$	$\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$	$\frac{4}{3}-\frac{5}{7}$	$\frac{5}{12}\cdot\frac{52}{35}$	$\frac{26}{45}:\frac{14}{15}$
7.	$\frac{13}{20}$	$\frac{2}{5}+\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}-\frac{3}{5}$	$\frac{14}{15}\cdot\frac{39}{56}$	$\frac{18}{24}:\frac{30}{26}$

Az a feladatuk, hogy számítsák ki a művelet eredményét, és keressék meg azokat, akik azonos eredményre jutottak. Ez a négy ember fog egy csoportot alkotni. Rendezzék össze padjaikat, és mindenki írja le a füzetébe mind a négy műveletet! Azt is beszéljék meg, hogy mely műveletet milyen módon kell elvégezni a törtek körében! Itt a törtekkel végezhető műveleteket ismételjük át azért, hogy megkönnyítsük a függvények helyettesítési értékeinek kiszámítását. Azoknak a gyerekeknek, akik nehezebben számolnak törtekkel, a tanár segítsen a helyes eredmény kiszámolásában!

2.Következtetés szövegből és grafikonból

A következőkben a gyerekek adathalmazokkal fognak dolgozni párban. A csoport egyik párja az adatokat felsorolva kapja, és ennek alapján válaszol a kérdésekre, míg a másik pár grafikonon ábrázolva kapja meg ugyanezeket az adatokat, és ugyanezeket a kérdéseket. Ha az osztálylétszám nem osztható 4-gyel, a kimaradó gyerekeket irányíthatjuk ötödiknek egy csoporthoz, vagy két ügyesebb (és önállóan dolgozni szerető) gyerek is alkothat egy csoportot. A feladattal az a célunk, hogy a gyerekek érzékeljék, hogy a grafikon alapján mennyivel könnyebben lehet az adathalmaz néhány jellemzőjét megtalálni. Minden csoport más adathalmazzal dolgozik. Ha ötnél több csoport van az osztályban, akkor lesznek olyan csoportok, amelyek ugyanazt a feladatot kapják.
Dolgozhatunk a tanulói munkafüzet 1 Feladatlapjában vagy a 2. tanári melléklet kártyáival.

2. tanári melléklet –
lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!



A csoportos munkát befejezheti egy rövid beszélgetés arról, hogy a táblázat vagy a diagram segített-e jobban a kérdések megválaszolásában.

(Ha a tantermi körülmények ezt lehetővé teszik, érdemes egy kiválasztott feladatot kivetíteni számítógépről projektorral, vagy fóliára másolt anyagot írásvetítővel, esetleg egy felnagyított táblázatot és a hozzá tartozó grafikont papírra nyomtatni és a táblára ragasztani, és úgy beszélgetni a diagramos ábrázolás előnyeiről.)

A munka megszervezése:
– a gyerekek csoporton belül osszák szét egymás között az A, B, C, és D betűket,
– a tanár mondja meg, hogy a következőkben az A–B illetve C–D csoporttagok dolgozzanak együtt, és mindkét pár a saját adatai alapján válaszoljon a feladat végén lévő kérdésekre.
–a tanár jelölje ki, hogy az 1-5. feladatok közül melyiket oldja meg a egy-egy csoport.
Ha a párok elkészültek, hasonlítsák össze a válaszaikat.

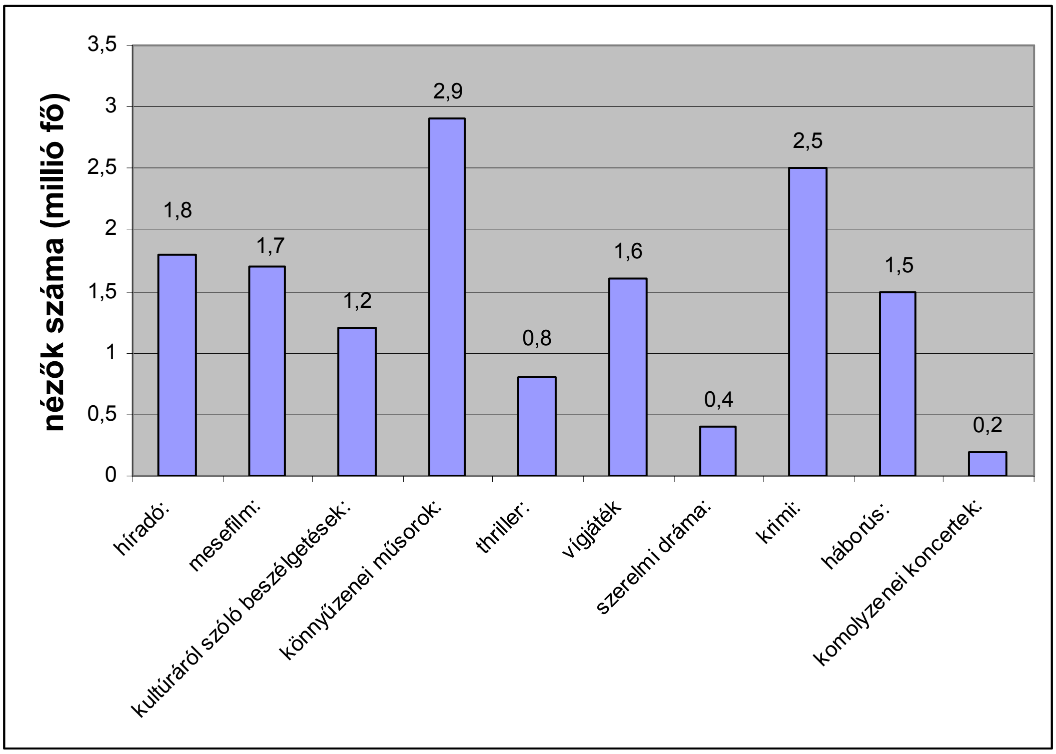
1. FELADATLAP

1. Egy közvéleménykutató intézet a TV műsorok nézettségét vizsgálja. A felmérés eredményét táblázatban és grafikonon is közzétették.
A–B csoporttagok a táblázat alapján, C–D csoporttagok pedig a grafikon alapján válaszoljatok a kérdésekre!

A–B:

híradó:	1,8 millió fő
mesefilm:	1,7 millió fő
kultúráról szóló beszélgetések:	1,2 millió fő
könnyűzenei műsorok:	2,9 millió fő
thriller:	0,8 millió fő
vígjáték:	1,6 millió fő
szerelmi dráma:	0,4 millió fő
krimi:	2,5 millió fő
háborús:	1,5 millió fő
komolyzenei koncertek:	0,2 millió fő

C–D:



Kérdések:

a) Melyik a legkedveltebb műsorfajta? könnyűzenei műsorok

b) Melyik a legkevésbé kedvelt műsorfajta? komolyzenei koncertek

c) Állítsd nézettség szerint növekedő sorrendbe a műsorokat!

komolyzenei koncertek; szerelmi dráma; thriller; kultúráról szóló beszélgetések; háborús; vígjáték; mesefilm; híradó; krimi; könnyűzenei műsorok

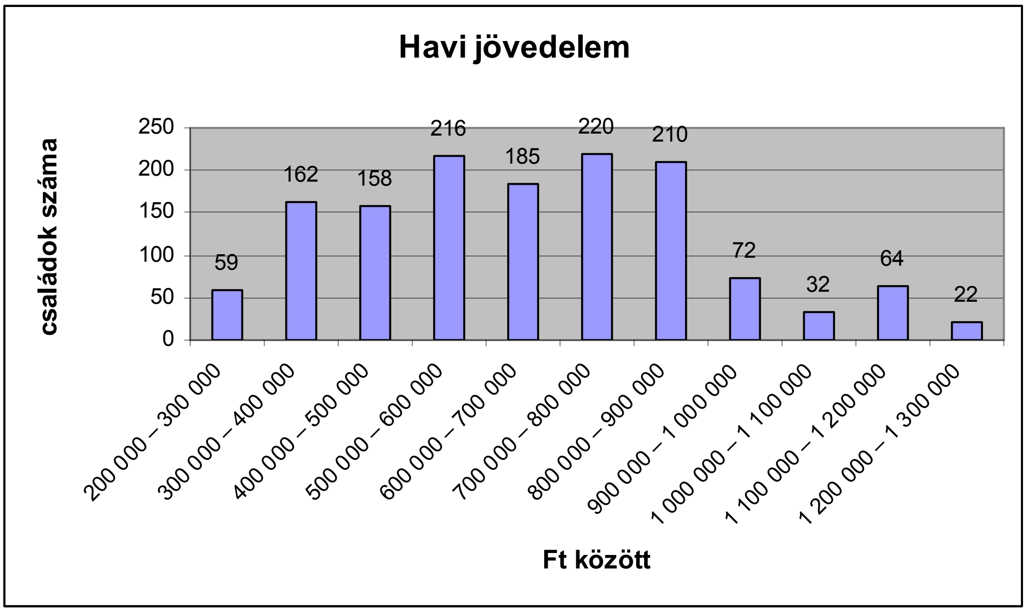
d) Számítsd ki, hogy a lakosság hány százaléka kedveli a mesefilmeket és a szerelmi drámákat! (Magyarországon kb. 10 millió ember él.) 17%; 4%

2. 1400 családban felmérték az április hónapban befolyó összes jövedelmet. A felmérés eredményét táblázatban és grafikonon is közzétették.
A–B csoporttagok a táblázat alapján, C–D csoporttagok pedig a grafikon alapján válaszoljatok a kérdésekre!

A–B:

Betűjel	Összes jövedelem (2006 április)	Családok száma
A	200 000 – 300 000 Ft között	59
B	300 000 – 400 000 Ft között	162
C	400 000 – 500 000 Ft között	158
D	500 000 – 600 000 Ft között	216
E	600 000 – 700 000 Ft között	185
F	700 000 – 800 000 Ft között	220
G	800 000 – 900 000 Ft között	210
H	900 000 – 1 000 000 Ft között	72
I	1 000 000 – 1 100 000 Ft között	32
J	1 100 000 – 1 200 000 Ft között	64
K	1 200 000 – 1 300 000 Ft között	22

C–D:



Kérdések:

a) Melyik jövedelemsávban volt a legtöbb család? *F:* 700 000 – 800 000 Ft között

b) Melyik jövedelemsávban volt a legkevesebb család? *K:* 1 200 000 – 1 300 000 Ft között

c) Állítsd a családok száma szerint növekvő sorrendbe a jövedelemsávok betűjelét!

K; I; A; H; C; B; E; G; D; F

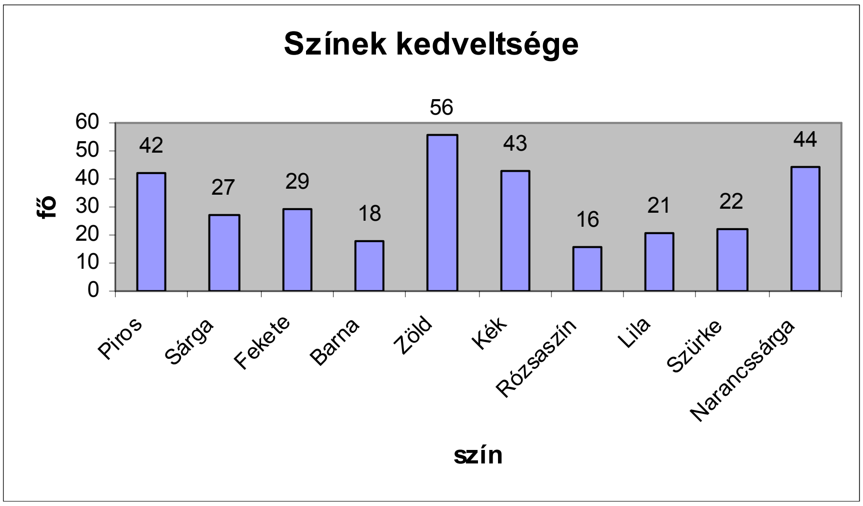
d) Számold ki, hogy a családok hány százaléka volt akkor a legmagasabb, illetve a legalacsonyabb jövedelemsávban! $\approx 1,6\%$; $\approx 4,2\%$

3. Az egyik divatcég felmérést készített a 14 éves fiatalok körében arról, hogy milyen színeket kedvelnek leginkább. (A kérdőíven csak az alábbi színekből lehetett választani, és csak egy színt volt szabad megjelölni!) A felmérés eredményét táblázatban és grafikonon is közzétették.
A–B csoporttagok a táblázat alapján, C–D csoporttagok pedig a grafikon alapján válaszoljatok a kérdésekre!

A–B:

Szín	**Jelölések száma**
Piros	42
Sárga	27
Fekete	29
Barna	18
Zöld	56
Kék	43
Rózsaszín	16
Lila	21
Szürke	22
Narancssárga	44

C–D:



Kérdések:

a) Melyik színt kedvelik a legtöbben? zöld

b) Melyik színt kedvelik a legkevesebben? rózsaszín

c) Állítsd kedveltség szerint növekvő sorrendbe a színeket!

rózsaszín; barna; lila; szürke; sárga; fekete; piros; kék; narancssárga; zöld

d) A megkérdezettek hány százaléka választotta a fekete, a piros, illetve a lila színt!

$\approx 9,1\%$; $\approx 13,2\%$; $\approx 6,6\%$

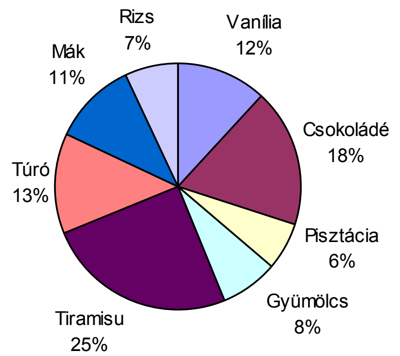
4. Az egyik cukrászati cég új üzletet szeretne nyitni egy kisvárosban. Saját készítésű fagylaltot fog árulni. Mivel a fagylalt könnyen romlandó termék, ezért főleg olyanokat szeretne készíteni, amelyeket a városban lakók legszívesebben fogyasztanak.
Felmérést végeztettek a nyolcadikosok körében. Az eredményt százalékos kiértékelésben kapták meg a piackutatóktól.
A–B csoporttagok a táblázat alapján, C–D csoporttagok pedig a grafikon alapján válaszoljatok a kérdésekre!

A–B:

Vanília	12%
Csokoládé	18%
Pisztácia	6%
Gyümölcs	8%
Tiramisu	25%
Túró	13%
Mák	11%
Rizs	7%

C–D:

A különböző fagylaltok népszerűsége a nyolcadikosok körében



Kérdések:
a) Melyik fagylaltot választották a legtöbben? tiramisu
b) Melyik fagylaltot választották a legkevesebben? pisztácia
c) Állítsd kedveltség szerint növekvő sorrendbe a fagylaltokat!
pisztácia; rizs; gyümölcs; mák; vanília; túró; csokoládé; tiramisu
d) Számold ki, hogy hány gyerek választotta a gyümölcs, illetve a túró fagylaltot, ha a kérdőívet 600-an töltötték ki! 48; 78
e) Hányféle fagylaltot fog készíteni a cukrászda, ha a cég vezetősége úgy dönt, hogy csak azokat érdemes, amelyekre 10%-nál nagyobb a kereslet? 5-félét
f) Vajon miért nem lesz kapható sztracsatella?
Vagy kifelejtették a felmérésből, vagy a kiértékelés alsó határa pl. 5% volt.

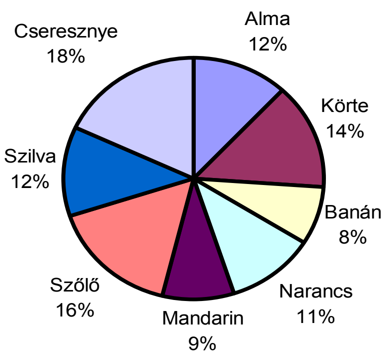
5. Az iskolai büfét működtetők friss gyümölcsöt is szeretnének árulni, ezért felmérést végeztek a gyerekek körében arról, hogy melyik gyümölcsöt kedvelik leginkább. A felmérés eredményét táblázatban és grafikonon is közzétették.
A–B csoporttagok a táblázat alapján, C–D csoporttagok pedig a grafikon alapján válaszoljatok a kérdésekre!

A–B:

Alma	12%
Körte	14%
Banán	8%
Narancs	11%
Mandarin	9%
Szőlő	16%
Szilva	12%
Cseresznye	18%

C–D:

Milyen gyümölcsöt választanak a gyerekek



Kérdések:

a) Melyik gyümölcsfajtát választották a legtöbben? cseresznye

b) Melyik gyümölcsfajtát választották a legkevesebben? banán

c) Mely gyümölcsöket szeretik a kiértékelés szerint egyformán? alma és szilva

d) Állítsd kedveltség szerint növekvő sorrendbe a gyümölcsfajtákat!

banán; mandarin; narancs; alma=szilva; körte; szőlő; cseresznye

e) Hány gyerek választotta az almát illetve a narancsot, ha a kérdőívet 300-an töltötték ki?

36; 33

3. A grafikonok jelentősége – tanári összefoglalás

A csoportok beszéljék meg, hogy melyik pár tudott gyorsabban, könnyebben válaszolni a kérdésekre, melyik feldolgozás volt szemléletesebb, látványosabb! Ha készen vannak a csoportok, akkor a képtárlátogatás módszerével olvassák el a többi csoport feladatát, nézzék végig az összes grafikont, és a kérdésre adott válaszokat!

Ezután közösen megbeszéljük a tapasztalatokat, és tudatosítjuk a következtetéseket:

– A felmérést megrendelők számára az adatsorok szemléletesebben jelennek meg, és könnyebben tudják elemezni, ha az adatok egymáshoz rendelése grafikonon is látható.

– A tudományok (kémia, fizika, biológia, orvostudomány, közgazdaságtan, statisztika, pszichológia, szociológia stb.) adatok felmérésével, kísérleti tapasztalatok gyűjtésével, egymáshoz rendelt adatsorokat állítanak elő, ezeket grafikonon ábrázolják, majd a grafikonok elemzését általánosítva összefüggéseket, képleteket, modelleket alkotnak, és ezek segítségével azután a vizsgált jelenséget egyszerűbben megfogalmazva írják le.

– Érdemes megjegyezni azt is, hogy a kérdések feltevésével, illetve a válaszlehetőségek megadásával (vagy bizonyosak kihagyásával) könnyen befolyásolható a felmérés eredménye olyan irányba, amerre a megrendelő szeretné! (ld. 3. és 4. feladatok.)

Írassuk le a füzetbe Venn-diagramon ábrázolva a felmérési adatokat! A gyerekek nyilakkal jelöljék a megfelelő adatok egymáshoz rendelését!

II. Mozgásgrafikonok

1. Olvasás a grafikonról

Folytatjuk a grafikonról való olvasást. Most mozgásgrafikonokkal foglalkozunk. A feladat megoldása előtt ismételjük át az átlagsebesség fogalmát!

EMLÉKEZTETŐ:

Egy mozgó test megfigyelésekor átlagsebességnek nevezzük a megtett út és a megtételéhez szükséges idő hányadosát.

Például, ha egy autó Hatvanból Budapestre egy óra alatt ér el, akkor az átlagsebessége 60 km/h, mivel Hatvan és Budapest távolsága 60 km. Természetesen útközben az autó ennél nagyobb és kisebb sebességgel is haladhat.

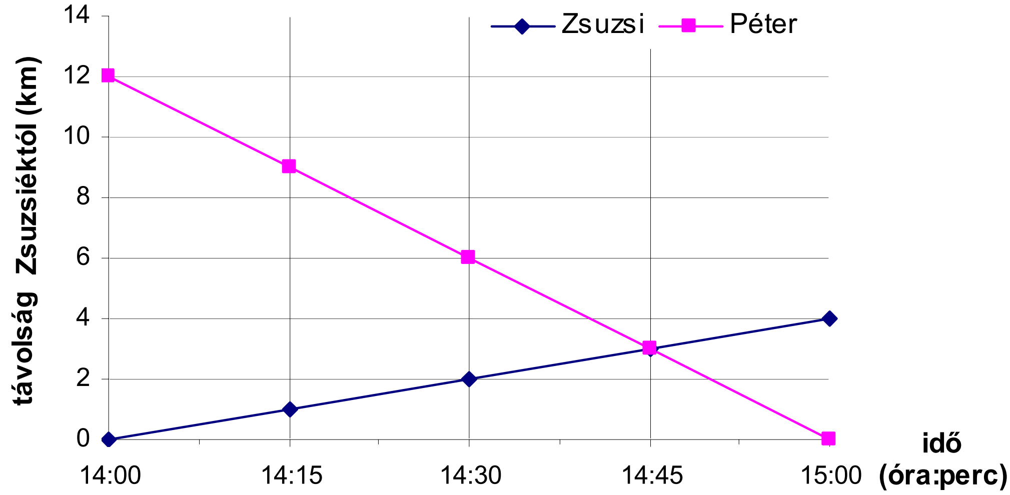
2. FELADATLAP

1. Zsuzsi és Péter 12 km-re lakik egymástól. Délután kettőkor egyszerre elindulnak egymással szembe ugyanazon az úton. Zsuzsi gyalog megy, átlagsebessége 4 km/h, Péternek biciklivel 12 km/h.
Párban dolgozzatok! Egyikőtök számoljon, a másik pedig a grafikon alapján ellenőrizze! Cseréljetek szerepet a b) résznél!

a) Milyen messze voltak egymástól, az indulástól számított negyed, fél, háromnegyed és egy egész óra elteltével? (Használjátok az $s = v \cdot t$ összefüggést!) 8; 4; 0; 4km

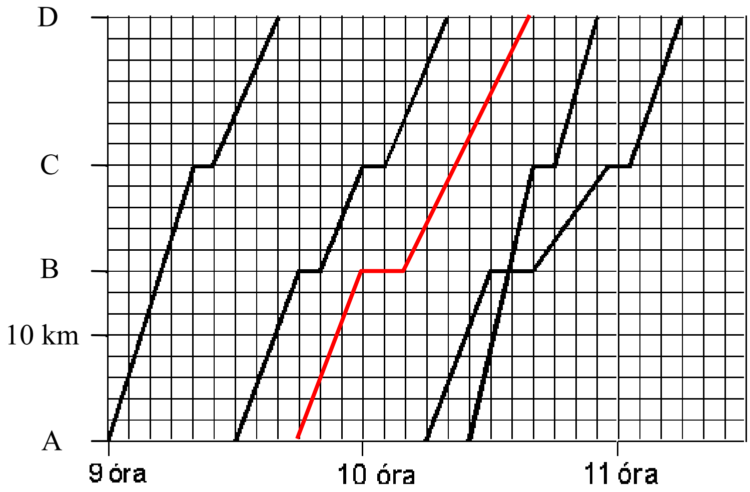
b) Állapítsátok meg, hol és mikor találkoznak! Zsuzsiéktól 3 km-re, ¾ 3-kor.

Grafikusan:



2. Következtetés grafikonból

2. Az ábra egy vasúti menetrend részletét mutatja négy állomással; ezek A, B, C és D.



Olvasd le, mennyit ér 1 beosztás a vízszintes és a függőleges tengelyen!
A vízszintesen 5 perc; a függőlegesen 2 km.

a) Milyen messze van az A állomástól a B, C, és D?　16 km; 26 km; 40 km

b) Melyik vonat áll meg a B és a C állomáson is?　2. és 3.

c) Mennyi ideig mekkora sebességekkel haladt az 1. vonat?

20 percig 78 km/h, majd 5 percig 0 km/h, végül 15 percig 56 km/h

d) Mekkora az egyes vonatok átlagsebessége az A-tól D-ig terjedő távolságon!

60km/h, 48km/h, 40km/h, 80km/h

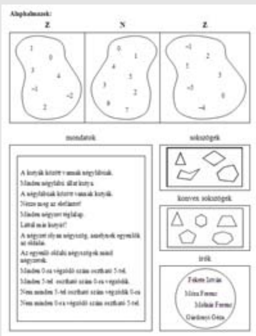
e) Rajzold be egy olyan vonat pályáját, amely reggel 9 óra 45 perckor indul A-ból, B-be érkezik 10 órakor, ott 10 percet áll, majd megállás nélkül D-be érkezik 10 óra 40 perckor. Mekkora volt az átlagsebessége?

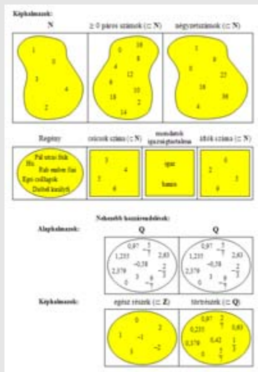
piros vonal az ábrán; 43,6 km/h.

3. Venn-diagramon ábrázolt halmazok egymáshoz rendelése

Minden csoport kap 14 Venn-diagramot, amelyek fele alaphalmaz (fehér), másik fele képhalmaz (sárga): **3. tanári melléklet**.

3. tanári melléklet –
lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!





Helyezzék el az asztalon a 7 alaphalmazt, és osszák szét egymás között a képhalmazokat! A szóforgó szabályai szerint olvassák fel az alaphalmazok elemeit, és mindenki nézze meg a nála levő képhalmazok között van-e olyan, amelyik hozzárendelhető valamilyen szabály szerint! Ha minden alaphalmazhoz találtak párt, akkor felezzék el ezeket a párokat, és párban dolgozzanak tovább a saját hozzárendeléseikkel. Ha nem sikerül megtalálni a párokat, akkor segíthet a halmazok formája.

A feladatuk, hogy ragasszák egymás mellé csomagolópapírra az összetartozó halmazokat: első az alaphalmaz, második a képhalmaz! Kössék össze nyíllal az összetartozó elemeket, majd készítsenek táblázatot az összetartozó elempárokról! Ha mindkét pár elkészült a saját hozzárendeléseivel, akkor cseréljék ki, és nézzék meg egymás munkáját! Ha valamelyik elemnek esetleg hiányzik a párja, akkor írják be! Két egymáshoz rendelést differenciálási lehetőségként megadtunk a gyorsabban haladók számára: ezek az egészrészét illetve a törtrészét rendelik a számokhoz.
Amikor minden csoport elkészült, akkor következhet a képtárlátogatás. Minden csoport forgószínpadszerűen megtekinti a többiek munkáját, és feljegyzi, hogy melyik megoldás különbözik az övéktől.
Ezeket a plakátokat tegyük el, mert a későbbiekben még szükség lesz rájuk!

III. Geometriai és számelméleti hozzárendelések

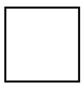
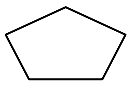
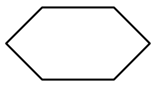
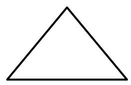
1.Geometriai hozzárendelések

Bevezetésként oldják meg a gyerekek egyénileg, vagy páros munkával a következő feladatsort! Ha úgy ítéljük meg, akkor az első feladatot beszéljük meg közösen!

3. FELADATLAP

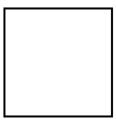
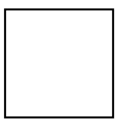
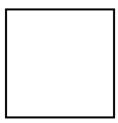
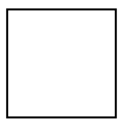
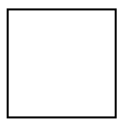
1. Add meg az alaphalmazt és a képhalmazt! Mi lehetett a hozzárendelés szabálya?

a)

				
4	5	6	3	7

Alaphalmaz: a sík sokszögeinek halmaza (csak az oldalak száma szerint különböztetjük meg az elemeket)
Képhalmaz: egész számok halmaza
Szabály: Mindegyik sokszöghöz hozzárendeljük az oldalai számát.

b)

 $a = 1$ dm	 $a = 2$ m	 $a = 6$ cm	 $a = 9$ cm	 $a = 10$ dm
4 dm	8 m	24 cm	36 cm	40 dm

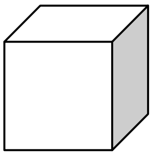
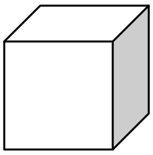
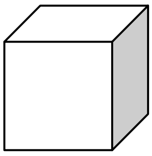
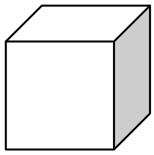
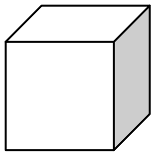
Alaphalmaz: négyzetek halmaza
Képhalmaz: mennyiségek (mérőszám mértékegységgel) halmaza vagy hosszúságok halmaza
Szabály: Minden négyzethez hozzárendeljük a kerületét.

c) A számpárok pontokat jelölnek a koordinátasíkon:

A (1; 3)	B (2; 5)	C (–3; –2)	D (3; 0)	E (–1; 2)
A' (1; –3)	B' (2; –5)	C' (–3; 2)	D' (3; 0)	E' (–1; -2)

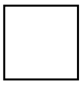
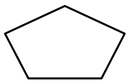
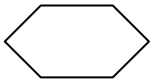
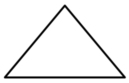
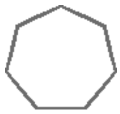
Alaphalmaz: a koordinátasík pontjainak halmaza
Képhalmaz: a koordinátasík pontjainak halmaza
Szabály: Minden ponthoz hozzárendeljük az x-tengelyre vonatkozó tükörképét.

d)

 $a = 1$ m	 $a = 2$ m	 $a = 1{,}5$ m	 $a = 3$ m	 $a = 10$ m
$1\,\text{m}^3$	$8\,\text{m}^3$	$3{,}375\,\text{m}^3$	$27\,\text{m}^3$	$1000\,\text{m}^3$

Alaphalmaz: a kockák halmaza
Képhalmaz: mennyiségek (mérőszám mértékegységgel) halmaza vagy térfogatok halmaza
Szabály: Minden kockához hozzárendeljük a térfogatát.

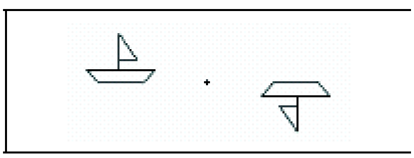
e)

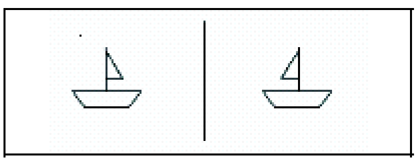
				
2	5	9	0	14

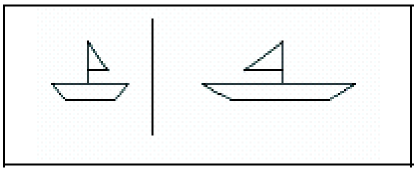
Alaphalmaz: a sík sokszögeinek halmaza (csak az oldalak száma szerint különböztetjük meg az elemeket)
Képhalmaz: egész számok halmaza
Szabály: Minden sokszöghöz hozzárendeljük az átlóinak a számát: $\frac{n(n-3)}{2}$.

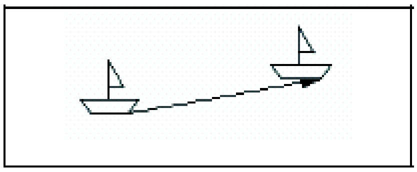
Közösen beszéljük meg a feladatok megoldását, és tegyük fel azt a kérdést, hogy mi volt a közös az előző feladatokban. Az alaphalmaz mindig egy geometriai alakzat, de a képhalmaz vagy egy szám vagy egy mennyiség (mérőszám és mértékegység szorzata) vagy egy számpár. A következő feladatban a csoporton belül mindenki más-más képpel dolgozik.

2. A következő képeken hozzárendeléseket adtunk meg. Minden esetben a sík pontjaihoz rendeltük a sík pontjait valamilyen szabály szerint. Osszátok szét a négy képet egymás között! A következő utasításokat a saját képeteken hajtsátok végre!
– Válasszátok ki valamelyik vitorlást, és jelöljétek meg nagybetűkkel három tetszőleges pontját!
– Keressétek meg, és a szokásos módon betűzzétek a kiválasztott pontok képeit a másik hajón!
– Írjátok le, hogy mi a hozzárendelés szabálya!
– Beszéljétek meg a csoporton belül az összes képre vonatkozó szabályt!









A kerekasztal szabályai szerint gyűjtsenek a csoportok minél több példát a geometriából! Ne feledkezzenek meg az alaphalmaz és a képhalmaz megadásáról sem!
A csoportforgó szabályai szerint hallgassuk meg az összegyűjtött függvényeket! Emeljük ki, hogy az eddig tanult geometriai transzformációk is függvények.

2. Számelméleti hozzárendelések

A gyerekek páros munkával dolgozzák fel a következő számelméleti hozzárendeléseket.

4. FELADATLAP

Add meg az alaphalmazt és a képhalmazt! Mi lehetett a hozzárendelés szabálya?

a)

4	10	18	20	30	40
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
4	5	3	4	3	4
	10	6	5	5	5
		9	10	6	8
		18	20	10	10
				15	20
				30	40

Alaphalmaz: pozitív egész számok halmaza
Képhalmaz: pozitív egész számok halmaza
Szabály: Minden pozitív egész számhoz hozzárendeljük az osztóit.

b)

4	10	18	20	30	60
3	4	6	6	8	12

Alaphalmaz: pozitív egész számok halmaza
Képhalmaz: pozitív egész számok halmaza
Szabály: Minden pozitív egész számhoz hozzárendeljük az osztói számát.

c)

4	10	18	20	30	60
1	2	4	4	6	10

Alaphalmaz: pozitív egész számok halmaza
Képhalmaz: természetes számok halmaza
Szabály: Minden pozitív egész számhoz hozzárendeljük a valódi osztói számát.

d)

3	10	17	21	32	61
0	1	2	0	2	1

Alaphalmaz: pozitív egész számok halmaza
Képhalmaz: {0; 1; 2}
Szabály: Minden pozitív egész számhoz hozzárendeljük a 3-mal való osztási maradékát.

IV. Tájékozódás a koordinátarendszerben

1. Koordinátákkal megadott pontok ábrázolása

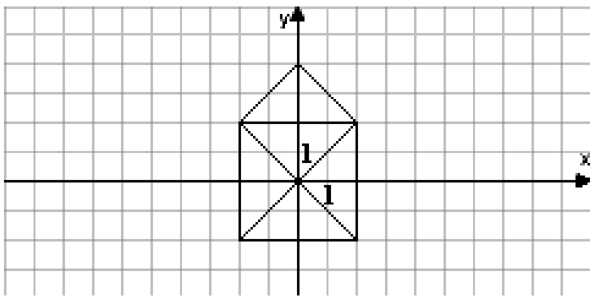
5. FELADATLAP

Közösen megbeszélik az 1. feladatot, majd párosával a 4. és 6. feladatokat. A többi feladat házi feladatnak adható.

1. A ceruza felemelése nélkül kösd össze a következő koordinátákkal megadott pontokat:

$$(-2;-2)\to(2;2)\to(2;-2)\to(-2;-2)\to(-2;2)\to(2;2)\to(0;4)\to(-2;2)\to(2;-2)$$

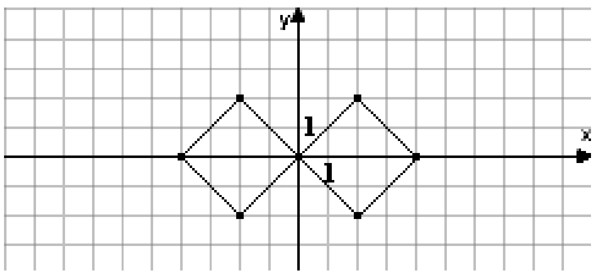
Megoldás:



2. A ceruza felemelése nélkül kösd össze a következő koordinátákkal megadott pontokat:

$$(-4;0)\to(-2\ ;2)\to(0;0)\to(2;-2)\to(4;0)\to(2\ ;2)\to(0;0)\to(-2;-2)\to(-4;0)$$

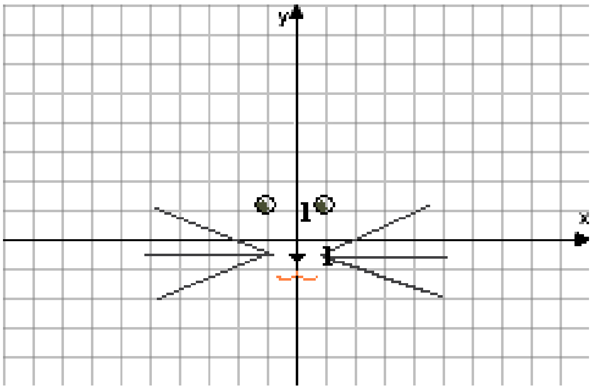
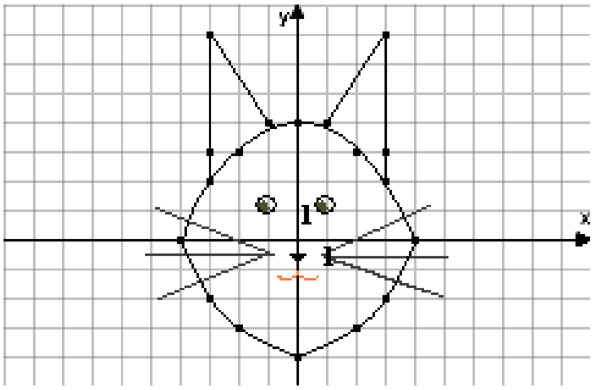
Megoldás:



3. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordinátarendszerben!

$A(-3;7)$, $B(3;7)$, $C(0;4)$, $D(-1;4)$, $E(-2;3)$, $F(-3;3)$, $G(-3;2)$, $H(-4;0)$, $K(1;4)$, $L(2;3)$, $M(3;3)$, $N(3;2)$, $O(4;0)$, $P(-3;-2)$, $Q(-2;-3)$, $R(0;-4)$, $S(2;-3)$, $T(3;-2)$

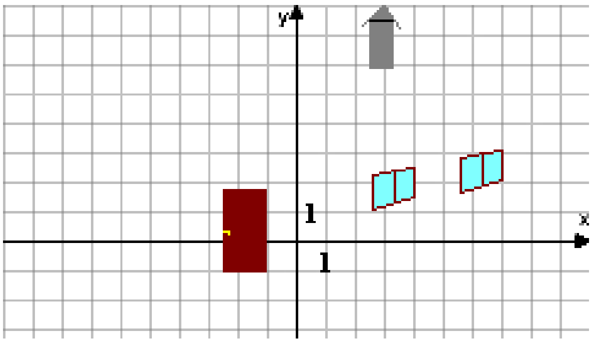
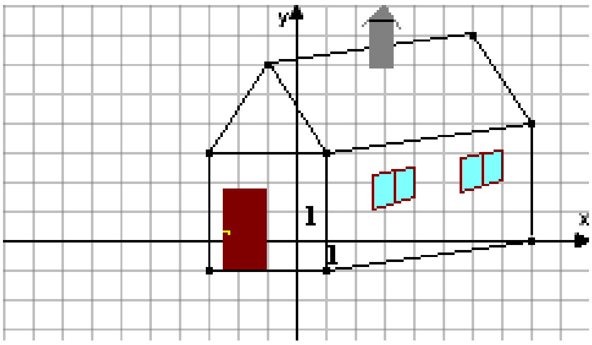
Megoldás:

4. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordinátarendszerben!

$A(-1;6)$, $B(-3;\ 3)$, $C(-3;-1)$, $D(1;-1)$, $E(1;3)$, $F(6;7)$, $G(8;4)$, $H(8;0)$

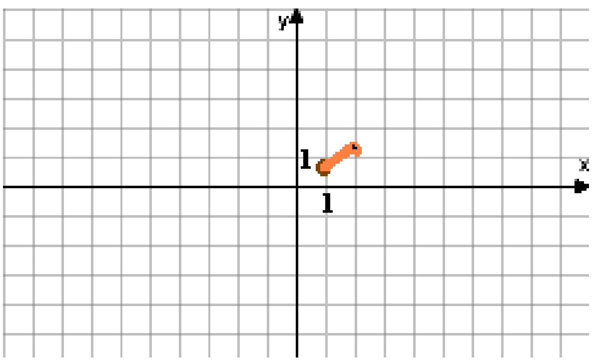
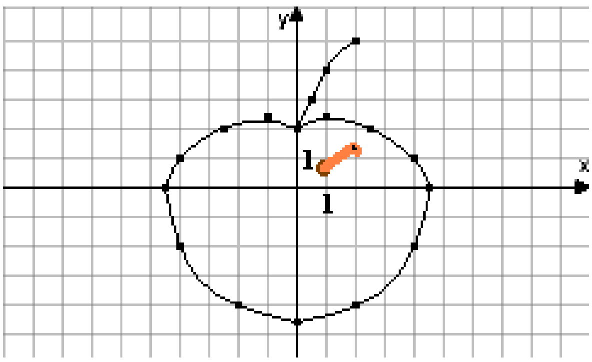
Megoldás:

5. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordinátarendszerben!

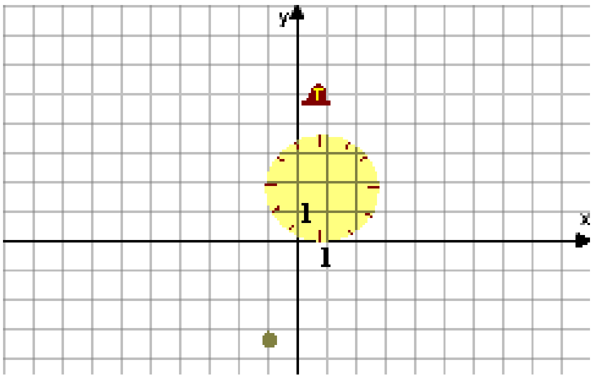
$A(0;2)$, $B(-1;\ 2{,}5)$, $C(-2{,}5\ ;\ 2)$, $D(-4;1)$, $E(-4{,}5\ ;0)$, $F(-4;-2)$, $G(-2;-4)$, $H(0;\ -4{,}5)$, $K(2;-4)$, $L(4;-2)$, $M(4{,}5;\ 0)$, $N(4;1)$, $O(2{,}5\ ;2)$, $P(1;\ 2{,}5)$, $Q(0{,}5\ ;3)$, $R(1;4)$, $S(2;5)$

Megoldás:

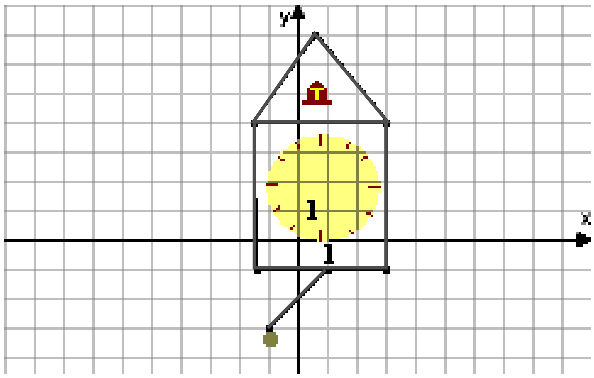



6. Ábrázold a következő pontokat az alábbi koordinátarendszerben!

$A(-1{,}5\ ;4)$, $B(-1{,}5;\ -1)$, $C(-1;\ -3)$, $D(1;\ -1)$, $E(3;\ -1)$, $F(3;4)$, $G(0{,}5\ ;7)$



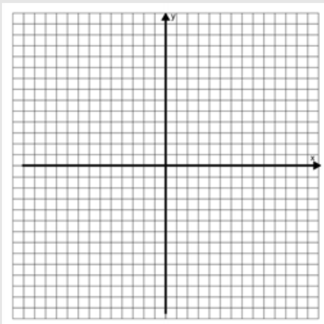
Megoldás:



2. Ábrázolás a pontok koordinátái közötti összefüggés alapján

A következő feladatokkal felelevenítjük a koordinátarendszerben való tájékozódást, és fejlesztjük a pontok koordinátái közötti összefüggések grafikus ábrázolását.
A feladatok megoldásánál a gyerekek a saját koordinátarendszerüket használják: 4. tanári melléklet. Ez egy négyzetrácsos alapon levő koordinátarendszer, amely laminálva van, hogy nedves szivaccsal le lehessen törölni róla a rajzoltakat.

4. tanári melléklet – lásd e fájl végén és a modul eszközei közt is!



Az első feladatot táblai munkával kísérve dolgozzuk fel: egy gyerek felolvassa az 1. a) feladat szövegét. Egymás után tegyenek javaslatot a megfelelő pontokra, és ezeket ábrázoljuk a táblán is! Egészen addig folytassuk a megfelelő pontok ábrázolását, amíg rá nem jönnek, hogy a feladat megoldása egy egyenes! Ugyanígy járjunk el a b) és c) feladatoknál, ahol azt is hangsúlyozni kell, hogy egy olyan félsíkról van szó, amelyhez b) esetében nem tartozik hozzá a határoló egyenes, c) esetben pedig igen. A második feladattól páros munkával dolgozzanak, a tanár körbejárva segítse munkájukat!
Ha jól megoldottak egy feladatot, letörölhetik a táblájukat és nekiláthatnak a következőnek.

6. FELADATLAP

1.

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája megegyezik az elsővel, és jelöljük ezeket pirossal.

Miután készen vagyunk az ábrázolással, mondjuk el, hogy a feladat szövegét röviden így írjuk: $y = x$, ahol a pont első koordinátáját x-szel, másodikat y-nal jelöltük!

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nagyobb, mint az első, és jelöljük ezeket kékkel.

A feladat megbeszélésénél mondjuk el, hogy a megoldáshalmaz egy határoló egyenes nélküli félsík, ezt jelöljük satírozással. Koordinátákkal: $y > x$!

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nem nagyobb, mint az első, és jelöljük ezeket zölddel.

A feladat megbeszélésénél mondjuk el, hogy a megoldáshalmaz egy félsík, amelyhez hozzátartozik a határoló egyenes. Koordinátákkal: $y \le x$!

Ezután töröljék le a táblájukat, és párban folytassák a munkát! A pár egyik tagja javaslatot tesz, másik berajzolja a pontot, és ellenőrzi, hogy a feltételeknek eleget tesz-e. Ezt a két szerepet váltogatják egymás között.

2. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája az első koordináta ellentettje, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is!
$y = -x$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nem kisebb, mint az első koordináta ellentettje, és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y \ge -x$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája kisebb, mint az első koordináta ellentettje, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y < -x$

3. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája az első koordináta kétszerese, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is!
$y = 2x$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nem kisebb, mint az első koordináta kétszerese, és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y \ge 2x$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nem nagyobb, mint az első koordináta kétszerese, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y \le 2x$

4. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyekre a második és az első koordináta különbsége nulla, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is!
$y - x = 0$; azaz $y = x$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyekre a második és az első koordináta különbsége nagyobb, mint nulla és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y - x > 0$; $y > -x$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második és az első koordináta különbsége kisebb, mint nulla, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y - x < 0$; $y < -x$

5. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második és az első koordináta különbsége hat, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is!
$y - x = 6$, azaz $y = 6 + x$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második és az első koordináta különbsége nem kisebb, mint hat, és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y - x \ge 6$; azaz $y \ge 6 + x$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második és az első koordináta különbsége nem nagyobb, mint hat, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y - x \le 6$; azaz $y \le 6 + x$

6. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátáját hozzáadva az első koordináta kétszereséhez hatot kapunk, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y = 6 - 2x$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátáját hozzáadva az első koordináta kétszereséhez több, mint hatot kapunk, és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y > 6 - 2x$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátáját hozzáadva az első koordináta kétszereséhez kevesebbet kapunk hatnál, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is! $y < 6 - 2x$

7. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája megegyezik az első koordináta négyzetével, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is!

$y = x^2$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nagyobb, mint az első koordináta négyzete, és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is!

$y > x^2$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nem nagyobb, mint az első koordináta négyzete, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is!

$y \leq x^2$

8. A feladat előtt töröld le a tábládat!

a) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája megegyezik az első koordináta abszolút értékével, és jelöljük ezeket pirossal! Írd le a feladat szövegét képlettel is!

$y = |x|$

b) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája nem kisebb, mint az első koordináta abszolút értéke, és jelöljük ezeket kékkel! Írd le a feladat szövegét képlettel is!

$y \geq |x|$

c) Keressük a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek második koordinátája kisebb, mint az első koordináta abszolút értéke, és jelöljük ezeket zölddel! Írd le a feladat szövegét képlettel is!

$y < |x|$

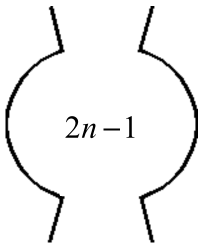
3. Játékgépek

Most térjünk vissza a hozzárendelésekhez! Adott szabály szerint működő játékgépek segítségével végezzük halmazok elemeinek egymáshoz rendelését! Itt az alaphalmaz és a képhalmaz elemei számok. A játékgépbe bedobjuk az alaphalmaz elemeit, és a gép saját működési szabálya alapján dobja ki a bedobott számhoz tartozó képhalmazbeli elemet. A gyerekek továbbra is párban dolgoznak. A tanár figyelje a gyerekek munkáját, és javítsa a hibákat rávezető kérdésekkel!

7. FELADATLAP

Különböző játékgépekkel fogtok párban dolgozni. A játékgépbe a pár egyik tagja „bedobja” az alaphalmaz néhány elemét, és a pár másik tagja a gép saját működési szabálya alapján meghatározza a bedobott számhoz tartozó képhalmazbeli elemet. Osszátok el egymás között az A és B betűket! Minden feladathoz készítsetek egy-egy táblázatot a füzetbe, amelynek felső sorába a bedobott számok, az alsóban pedig a kidobott számok szerepelnek!

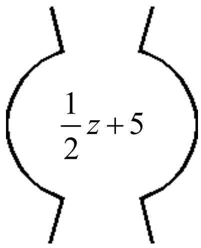
1.



<table>
<tr><td>A feladata:</td><td>B feladata:</td></tr>
<tr><td>Adj meg egyenként 10 különböző természetes számot ($n \in N$)! Ezeket egyenként dobd be a gépbe, és várd meg, amíg a társad kitalálja, hogy melyik számot adja ki a gép! Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td><td>A társadtól kapott számokhoz egyenként határozd meg a gép által kidobott számot! Foglald táblázatba a bedobott illetve a kidobott számokat!</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ábrázoljátok a saját koordinátarendszeretekben azokat a pontokat, amelyeknek első koordinátája a bedobott, második pedig a kidobott szám! Írjátok le képlettel, hogy mi az összefüggés a pontok második és első koordinátája között! (A pont első koordinátáját x-szel, másodikat y-nal jelöltük.)</td></tr>
</table>

Cseréljetek szerepet!

2.

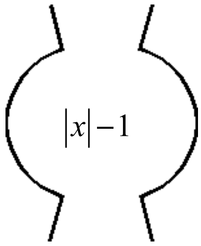


<table>
<tr><td>B feladata:</td><td>A feladata:</td></tr>
<tr><td>Adj meg egyenként 10 különböző egész számot ($z \in Z$)!Ezeket dobja ki a gép eredményként, és várd meg, amíg a társad kitalálja, hogy melyik szám került a gépbe! Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td><td>A társadtól kapott számokhoz egyenként határozd meg, hogy mely számokat dobták be a gépbe

Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ábrázoljátok a saját koordinátarendszeretekben azokat a pontokat, amelyeknek első koordinátája a bedobott, második pedig a kidobott szám! Írjátok le képlettel, hogy mi az összefüggés a pontok második és első koordinátája között! (A pont első koordinátáját x-szel, másodikat y-nal jelöltük.)</td></tr>
</table>

Most megint cseréljetek szerepet!

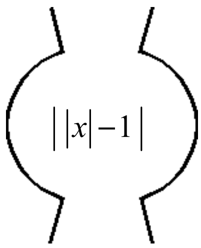
3.



<table>
<tr><td>A feladata:</td><td>B feladata:</td></tr>
<tr><td>Adj meg egyenként 10 különböző valós számot ($x \in R$)! Ezeket egyenként dobd be a gépbe, és várd meg, amíg a társad kitalálja, hogy melyik számot adja ki a gép! Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td><td>A társadtól kapott számokhoz egyenként határozd meg a gép által kidobott számot! Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ábrázoljátok a saját koordinátarendszeretekben azokat a pontokat, amelyeknek első koordinátája a bedobott, második pedig a kidobott szám! Írjátok le képlettel, hogy mi az összefüggés a pontok második és első koordinátája között! (A pont első koordinátáját x-szel, másodikat y-nal jelöltük.)</td></tr>
</table>

Most megint cseréljetek szerepet!

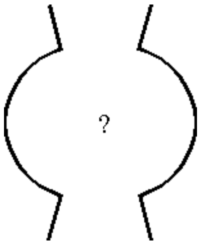
4.



<table>
<tr><td>B feladata:</td><td>A feladata:</td></tr>
<tr><td>Adj meg egyenként 10 különböző valós számot ($x \in R$)! Ezeket egyenként dobd be a gépbe, és várd meg, amíg a társad kitalálja, hogy melyik számot adja ki a gép! Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td><td>A társadtól kapott számokhoz egyenként határozd meg a gép által kidobott számot!
Foglald táblázatba a bedobott, illetve a kidobott számokat!</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ábrázoljátok a saját koordinátarendszeretekben azokat a pontokat, amelyeknek első koordinátája a bedobott, második pedig a kidobott szám! Írjátok le képlettel, hogy mi az összefüggés a pontok második és első koordinátája között! (A pont első koordinátáját x-szel, másodikat y-nal jelöltük.)</td></tr>
</table>

Most megint cseréljetek szerepet!

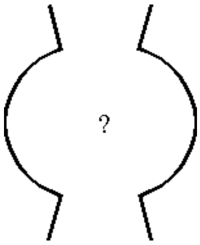
5.



A feladata:	**B** feladata:
Találj ki valamilyen működési szabályt, írd le képlettel, de ne mond meg a társadnak! Készíts egy táblázatot, és adj meg egy bedobott és egy hozzátartozó kidobott számot! A társad próbálja meg kitalálni a gép működését! Ha nem sikerül, akkor újabb és újabb szám párokat adj meg, mindaddig, amíg társad rá nem jön a szabályra!	Ki kell találnod a gép működési szabályát a társadtól kapott szám párok alapján! Foglald táblázatba a bemenő és a kijövő számokat, és ábrázold a számpárnak megfelelő pontokat! Minden újabb számpár után tippelned kell! Próbáld minél kevesebb információ alapján kitalálni a szabályt!

Most megint cseréjetek szerepet!

6.



B feladata:	**A** feladata:
Találj ki valamilyen működési szabályt, de ne mond meg a társadnak! Készíts egy táblázatot, és adj meg egy bedobott és egy hozzátartozó kidobott számot! A társad próbálja meg kitalálni a gép működését! Ha nem sikerül, akkor újabb és újabb szám párokat adj meg, mindaddig, amíg társad rá nem jön a szabályra!	Ki kell találnod a gép működési szabályát a társadtól kapott szám párok alapján! Foglald táblázatba a bemenő és a kijövő számokat! Minden újabb számpár után tippelned kell, próbáld minél kevesebb információ alapján kitalálni a szabályt!

V. A függvény fogalma

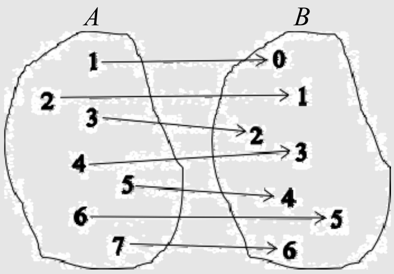
1. A hozzárendelések ábrázolási módjai

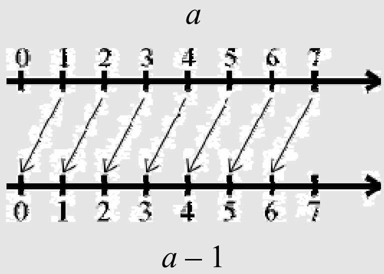
A példák alkalmasak arra, hogy átismételjük a hozzárendelések ábrázolását. Világítsuk meg azt is, hogy a különböző ábrázolási módokon miként látszik, hogy az adott hozzárendelés függvény-e (a nyíldiagramon minden pontból csak egy nyíl indul ki, a derékszögű koordinátarendszerben az első tengely minden pontja fölött csak egy pont van)! Beszéljük meg közösen, hogyan készül a nyíldiagram (két párhuzamos számegyenes egymáshoz rendelt értékeit egy-egy nyíllal kötjük össze)! A grafikont úgy kapjuk, hogy az előzőben szereplő két számegyenest egymásra merőlegesen helyezzük el úgy, hogy a kezdőpontjuk illeszkedjen. Így a nyilak feleslegessé válnak, az összetartozó értékpárokat egy-egy pont jelöli.

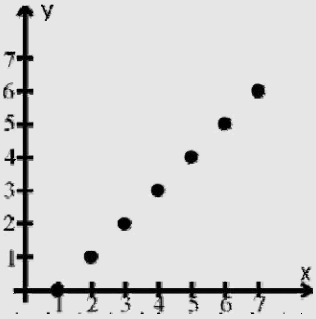
Példaként egy feladat közös feldolgozásra:
minden pozitív egész számhoz (A halmaz) rendeljük hozzá a nála eggyel kisebb számot (B halmaz).

$A \to B$ $\qquad$ $a \mapsto a-1$ $\qquad$ $y = x - 1$

(A pontok y-koordinátája 1-gyel kisebb az x-nél.)





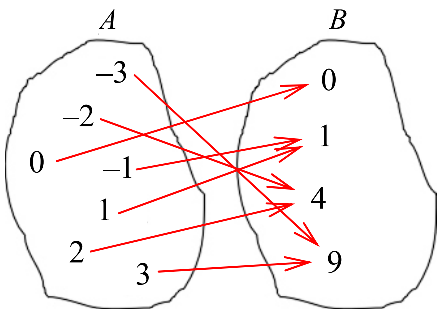


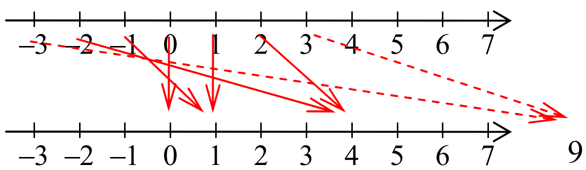
A következő feladatokat osszák meg a csoport tagjai egymás között! A feladataikat egy-egy négyzethálós lapon oldják meg! Miután a csoporton belül elmagyarázták egymásnak a feladatuk kidolgozását, ragasszák fel ezeket a csomagolópapírra!
A csoport akkor van kész, ha mindenkinek a füzetében le van írva, és rajzolva a négy példa megoldása, és készen van a közös lap is.

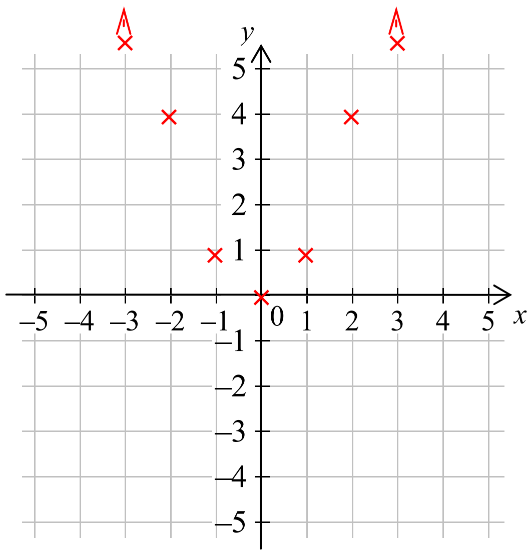
8. FELADATLAP

1. Ábrázold a következő függvényeket többféleképpen. Írd fel a hozzárendelés szabályát algebrai kifejezéssel!

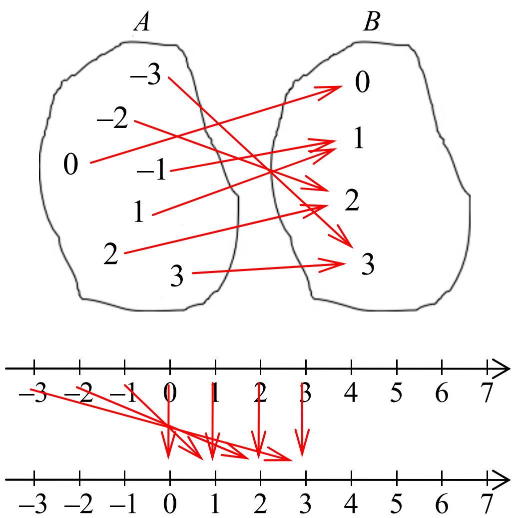
A feladata:
Mindegyik egész számhoz (A halmaz) rendeljük hozzá a négyzetét (B halmaz)!

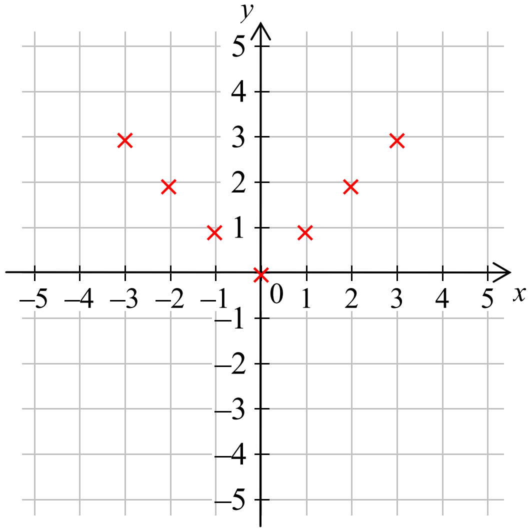




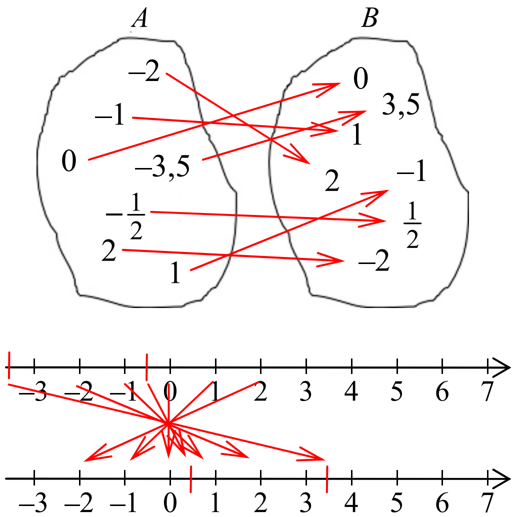


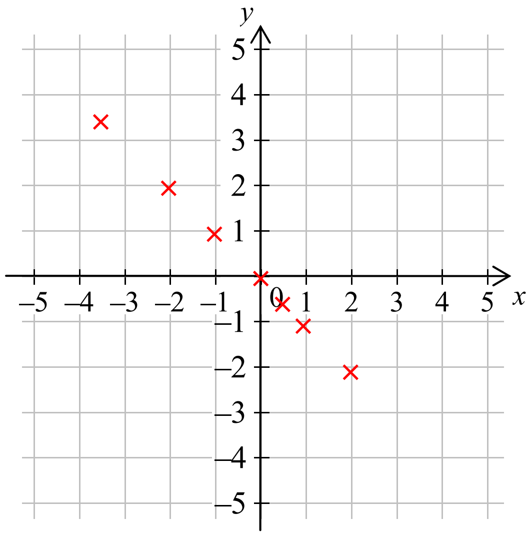
B feladata:
Mindegyik egész számhoz (*A* halmaz) rendeljük hozzá az abszolút értékét (*B* halmaz)!



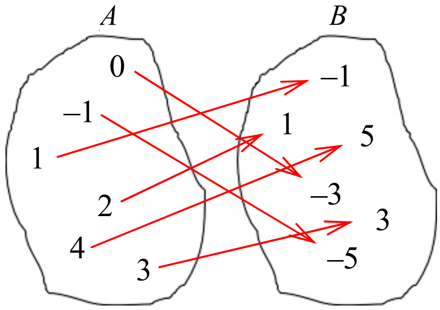


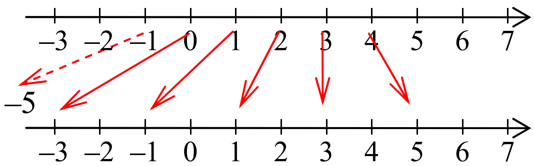
C feladata:
Mindegyik racionális számhoz (*A* halmaz) rendeljük hozzá az ellentettjét (*B* halmaz)!

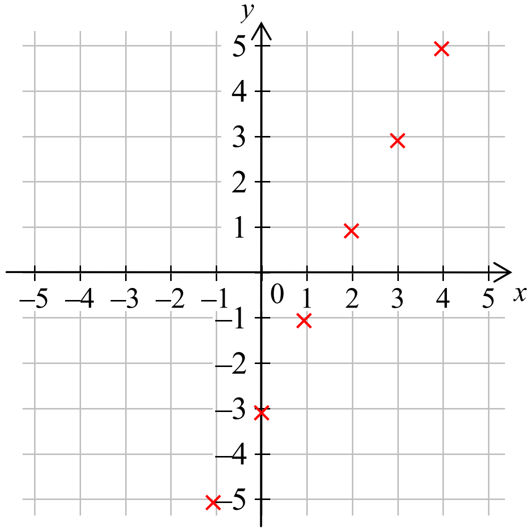




D feladata: Mindegyik egész számhoz (*A* halmaz) rendeljük hozzá a kétszeresénél hárommal kisebb számot (*B* halmaz)!



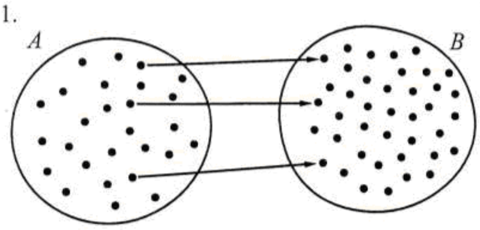




2. A függvény fogalma

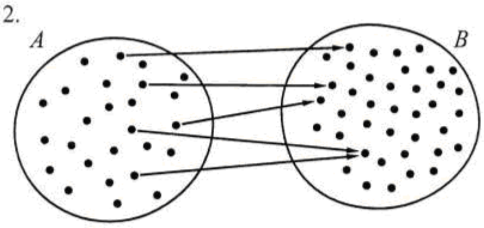
2. Összegezzük tapasztalatainkat! Az előzőekben két nem üres halmaz, *A* és *B* elemeit valamilyen szabály vagy utasítás szerint egymáshoz rendeltük. (Vigyázz, a halmazok sorrendjét nem lehet felcserélni!)
Néhány sematikus rajzon hozzárendeléseket mutatunk meg. Válogasd ki a csomagolópapíron szereplő hozzárendelések közül azokat, amelyek valamelyik sémába illeszthetők!

1.



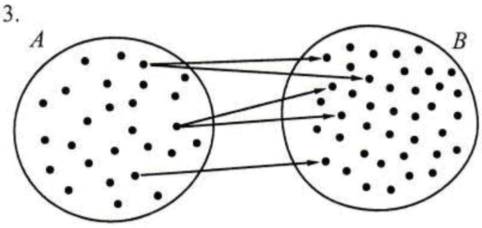
....

2.



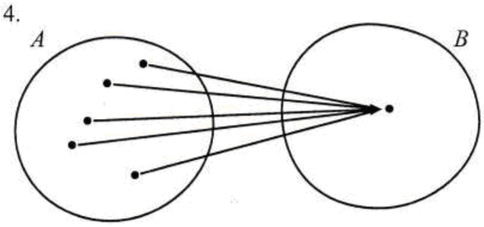
....

3.



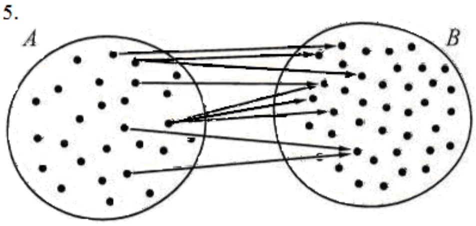
....

4.



....

5.



....

Magyarázzuk el és tudatosítsuk a függvény fogalmát! Az osztály ismeretében kell eldönteni, hogy a kérdve kifejtő módszert, vagy a tanári előadást válasszuk-e.
Közösen beszéljük meg, hogy az eddigi hozzárendelések közül (a II. órán csomagolópapírra készített hozzárendelések, valamint a geometriai és számelméleti hozzárendelések) melyek függvények!
Ezután az egyértelmű hozzárendelések közül válogassuk ki azokat, amelyek egy-egyértelmű (kölcsönösen egyértelmű) hozzárendelések!
Ezek a hozzárendelések olyanok, amelyek az alaphalmaz különböző elemeihez a képhalmaz különböző elemét rendelik.

ÖSSZEGZÉS:

Az egyértelmű hozzárendelés neve: függvény.
Egyértelmű hozzárendeléskor egy A és egy B halmazt egy olyan **hozzárendelési szabály** segítségével kapcsolunk össze, amely A minden eleméhez pontosan egy B-beli elemet rendel.
A szabályt megadhatjuk például képlettel is.
Az A halmaz neve: **alaphalmaz**. A B halmaz neve: **képhalmaz**.
Az A és B halmazok közti hozzárendelt kapcsolatot röviden nyíllal jelöljük: $A \to B$.
Az A és B halmazok **elemei** közti egyértelmű hozzárendelés jele a „talpas nyíl”: $x \mapsto y$.

Példa: minden természetes számhoz rendeljük hozzá a nála 1-gyel kisebb számot!
Ekkor az A alaphalmaz: **N**. A B képhalmaz: **Z**. A szabály: „(+1) kivonása”.
Ekkor a két halmaz közti hozzárendelt kapcsolatot így írhatjuk: $\mathbf{N} \to \mathbf{Z}$.
A halmazok elemeinek kapcsolatát a szabállyal adjuk meg: $x \mapsto x-1$ vagy $y = x - 1$.

3. Jelölések alkalmazása

A következő feladatot kezdjük el, amennyiben erre van idő, önálló munkával! A maradékból adjunk házi feladatot, és ezek megbeszélésével kezdjük a következő órát! Ha még mindig nem sikerül befejezni, a következő óra végén adjuk fel a maradékot otthoni munkára!
Amennyiben szükséges, ismételjük át a tanult számhalmazokat és jelölésüket:

- **N** (latin: naturalis = természetes): természetes számok;
- **Z** (német: Zahl = szám): egész számok;
- **Q** (latin: quotiens = hányados): racionális számok;
- **R** (angol: real = valódi): valós számok halmaza!

De ha úgy ítéljük meg, hogy a halmazok jelöléssel történő megadása nehéz, akkor csak kérdezzük meg minden esetben, hogy mi az alaphalmaz és az értékek készlete!

3. A függvények szöveggel megadott szabályát írd le a tanult jelöléssel!

a) Minden egész számhoz hozzárendeli a kétszeresét. $\mathrm{Z} \to \mathrm{Z}$; $x \mapsto 2x$

b) Minden racionális számhoz hozzárendeli a szám háromszorosának ellentettjét.
$\mathrm{Q} \to \mathrm{Q}$; $x \mapsto -3x$

c) Minden ötvennél kisebb természetes számhoz hozzárendeli a számsorban a jobb szomszédját. $x \mapsto x+1$, $\{0 \le x < 50 \text{ és } x \in \mathrm{N}\} \to \{1 \le y < 51 \text{ és } y \in \mathrm{N}\}$

d) Minden egész számhoz hozzárendeli a szomszédjainak az összegét. $x \mapsto 2x$, $\mathrm{Z} \to \mathrm{Z}$

e) Minden egész számhoz hozzárendeli a szomszédok különbségének az abszolút értékét.
$x \mapsto 2$, $\mathrm{Z} \to \mathrm{Z}$

f) Minden racionális számhoz hozzárendeli a szám ellentettjének a háromszorosát.
$x \mapsto -3x$, $\mathrm{Q} \to \mathrm{Q}$

g) Minden természetes számhoz hozzárendeli a szomszédjainak a számtani közepét.
$x \mapsto x$, $\mathrm{N} \to \mathrm{N}$

h) Minden pozitív egész számhoz hozzárendeli a nála öttel nagyobb számot.
$x \mapsto x+5$, $\mathrm{Z} \to \mathrm{Z}$

i) Minden racionális számhoz hozzárendeli az abszolút értékét. $x \mapsto |x|$, $\mathrm{Q} \to \mathrm{Q}$

j) A számegyenes pontjaihoz tartozó számokat valós számoknak nevezzük. A valós számok halmazát **R**-rel jelöljük. Vegyük azt a függvényt, amely minden valós számhoz hozzárendeli a szám négyzetének kettővel megnövelt értékét. $x \mapsto x^2 + 2$, $\mathrm{R} \to \{y \ge 2 \text{ és } y \in \mathrm{R}\}$

Keresd meg azokat a meghatározásokat, amelyek azonos hozzárendeléseket rejtenek!
a) és d) valamint b) és f)

VI. A függvény fogalmának és grafikus ábrázolásának mélyítése

1. Értelmezési tartomány és értékkészlet fogalma és vizsgálata konkrét függvények esetén

Mondjuk ki újra: A függvény két nem üres halmaz elemeinek egyértelmű egymáshoz rendelése. A gyerekekkel közösen beszéljük meg a következő példát!

9. FELADATLAP

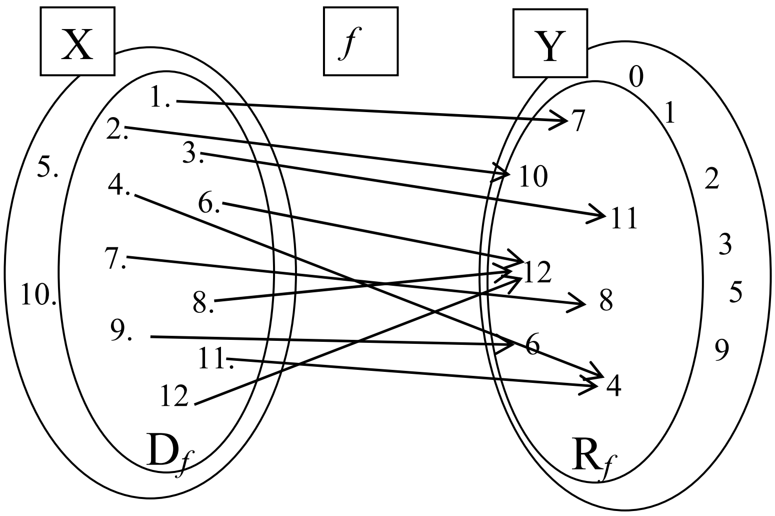
Példa:

Egy vidéki kis iskola nyolcadik osztályába 12 tanuló jár. Az osztály dolgozatot ír matematikából. A dolgozatot a tanár 0-12-ig pontozza.
Legyen az X: ={az osztályba járó gyerekek neve} (alaphalmaz)
Y: $=\{ n \in \mathrm{N} \mid 0 \le n \le 12 \}$ (képhalmaz)

Előfordulhat, hogy a dolgozatírásnál néhányan hiányoztak. A tanulókat a naplóbeli sorszámukkal helyettesítve, például egy lehetséges hozzárendelés a következő:

Tanuló sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Elért pontszáma	7	10	11	4	hiányzott	12	8	12	6	hiányzott	4	12

Venn-diagrammal ábrázolva:



Az alaphalmaznak csak egy részhalmazával végeztük el a hozzárendelést. Ezt a részhalmazt nevezzük értelmezési tartománynak.
Az értelmezési tartomány:
É.T. : = {a dolgozatokon szereplő nevek}. Az ábrán D_f -fel jelölve

Ha most végignézzük a ténylegesen jelenlevő gyerekek (értelmezési tartomány) dolgozatán szereplő pontszámokat, akkor előfordulhat, hogy néhány érték kimarad. Például senki sem írt 0 pontos dolgozatot. Ilyenkor a ténylegesen előforduló pontértékek a képhalmaz egy részhalmazát adják. Ezt nevezzük értékkészletnek.
Az értékkészlet:

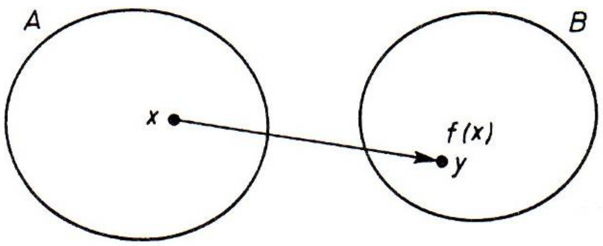
É.K. : = {a dolgozatokon szereplő pontszámok}. Az ábrán R_f -fel jelölve

Az X halmaz az alaphalmaz, az Y halmaz a képhalmaz.
Az alaphalmaz azon részhalmaza, amelynek elemeihez valóban rendelünk elemeket, az értelmezési tartomány. Jele É.T. vagy f függvénynél D_f.
A képhalmaz azon részhalmaza, amelynek elemeit valóban hozzárendeljük, az értékkészlet. Jele É.K. vagy f függvénynél R_f.

1. A [–3;3] intervallum minden olyan *x* egész számához rendeljük hozzá az $\frac{1}{x-1}$ értéket, amelyikhez lehet! Itt X = {–3; –2; –1; 0; 1; 2; 3 }, Y = **R**.
Az értelmezési tartományba viszont az *x* = 1 nem tartozik bele. Az értékkészletbe is csak 6 szám tartozik.
Az értelmezési tartomány és az értékkészlet fogalmának használata konkrét feladatokban a gyerekektől elvárható, de a meghatározás pontos kimondása nem követelmény.

ÖSSZEGZÉS:

– A függvény jele általában „*f*". (Lehet más betűvel is jelölni.)
– Az értelmezési tartomány elemeit jelöljük *x*-szel.
– Az értékkészlet elemeit jelöljük *f(x)*-szel.



Az *f(x)*-et az *f* függvény *x* helyen felvett értékének nevezzük.
(Az *y*-t az *f* függvény *x* helyen felvett értékének nevezzük.)
Ha egy *f* függvény a 2-höz például az $\frac{1}{2}$-et rendeli, ezt úgy jelöljük, hogy: $f(2)=\frac{1}{2}$.
Az egyszerűség kedvéért megállapodunk abban, hogy ha a hozzárendelési szabályt képlettel adjuk meg, és mást nem mondunk, akkor a függvény értelmezési tartománya az összes olyan valós számból álló halmaz, amelyekre a kijelölt műveletek elvégezhetők.
A függvények megadására használt jelölési módok:
$x \mapsto 2x+1$
$f(x)=2x+1$
$y = 2x + 1$
Ahol az *f* függvény értelmezési tartománya és az értékkészlete is a valós számok halmaza.

2. A függvényfogalom mélyítése

Tanári magyarázattal kísérve ábrázoljuk az $f(x)=2x+3$ függvény grafikonját, és beszéljük meg a hozzárendelés szabályát (minden számhoz hozzárendeljük a kétszeresének 3-mal megnövelt értékét)! Mutassuk meg, hogy hogyan jelenik meg az alaphalmaz (*x* tengelyen) ill. a képhalmaz (*y* tengelyen) az ábrán! Elevenítsük fel, hogy mitől függ, hogy egy grafikon pontjait összeköthetjük-e folytonos vonallal! Mondjuk el, hogy mivel itt nem adtunk meg konkrét számhalmazt, ezért az alaphalmaz a valós számok halmaza. Ilyenkor minden számra

értelmezhető a hozzárendelés, tehát a pontokat összeköthetjük. Ha alaphalmazként pl. a természetes számokat adjuk meg, akkor a függvény grafikonja különálló pontokból áll.
Az 2. feladat kidolgozását feloszthatjuk a csoporton belül.

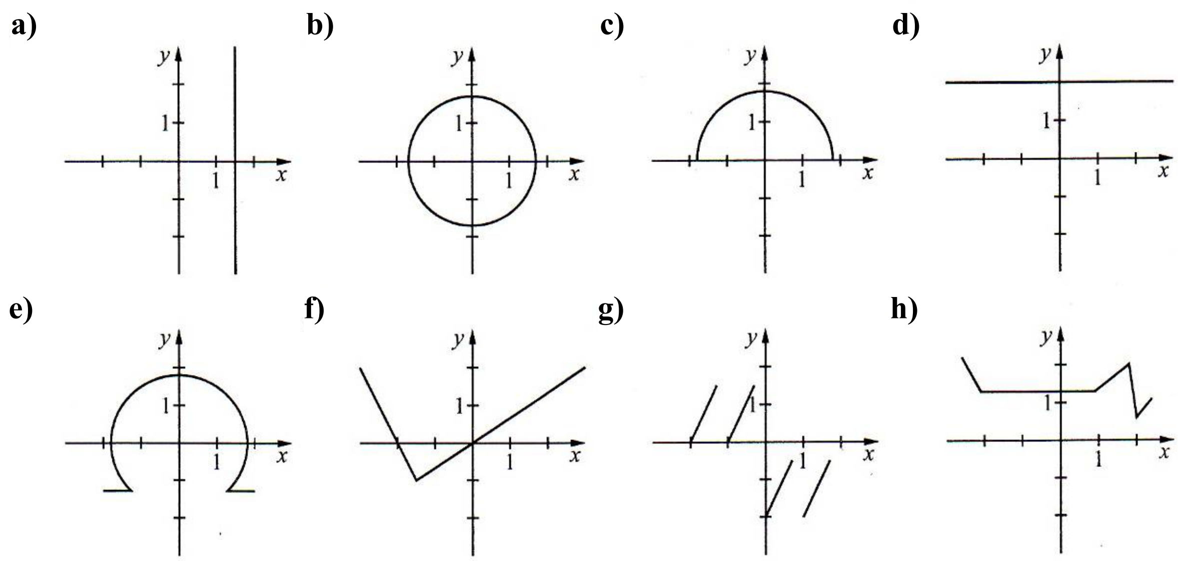
2. Ábrázold koordinátarendszerben a következő függvényeket, határozd meg szövegesen a hozzárendelés szabályát!

a) $f(x) = -x + 5$ **b)** $f(x) = 3x - 1$

c) $f(x) = -2x + 1$ **d)** $f(x) = x + 4, \quad x \in N$

A következő résznek az a célja, hogy a gyerekek a grafikonok és a hozzárendelés egyértelműsége közötti összefüggést gyakorolják.
A csoportok a szóforgó módszerével beszéljék meg a következő feladatokat! Fontosnak tartjuk, a válogatás indoklását!

3. Válogasd ki a következő rajzok közül azokat, amelyek függvények grafikonjai lehetnek!



függvény: c), d), f), g), h)

4. Egy függvény grafikonja átmegy az (1; 3) és a (2; 5) pontokon. Válaszd ki a következő állítások közül azokat, amelyek biztosan igazak (i), biztosan hamisak (h). Ha az adatok alapján nem tudjuk eldönteni, hogy igaz-e vagy hamis, akkor l betűt írj mellé!

a) Az x = 2-höz a függvény az 5-öt rendeli, azaz $f(2) = 5$. i

b) Az x = 1-hez a függvény a 2-t rendeli, azaz $f(1) = 2$. h

c) Van az x-nek olyan értéke, amelyre $f(x) = 3$. i

d) Az x = 3-hoz a függvény az 1-et rendeli, azaz $f(3) = 1$. l

e) Az x = 1,5-höz a függvény a 4-et rendeli, azaz $f(1,5) = 4$. l

f) Van olyan azám, amelyet az $f(0)$-val jelölhetünk. l

3. Gyakorlás

Önálló órai munkára és differenciált foglalkoztatásra ajánljuk következőket. Az első feladat egyszerűbb, a második nehezebb.

10. FELADATLAP

1. Legyen az $f(x)=2x+1$! Válaszold meg a kérdéseket!

a) Igaz- e, hogy $f(2) = 5$? i

b) Igaz- e, hogy $f(1) = 2$? h

c) Van-e olyan x érték, amelyre $f(x) = 3$? i

d) Igaz- e, hogy $f(3) = 1$? h

e) Igaz-e, hogy $f(1{,}5) = 4$? i

f) Van olyan szám, amelyet az $f(0)$-val jelölhetünk ? i

2. Laciék dolgozatot írtak. A dolgozat témája a függvények értelmezési tartományának megállapítása (a megállapodást figyelembe véve) és néhány helyettesítési érték kiszámítása volt. Javítsd ki a dolgozatot!

Képlet	Értelmezési tartomány	Helyettesítési érték		
a) $f(x)=5x-2$	$x\in R$ √	$f(0)=-2$ √	$f(-2)=-12$ √	$f(4)=18$ √
b) $g(x)=x^2$	$x\in N$ $x \in R$	$g(-2)=-4$ $g(-2)=4$	$g(2)=4$ √	$g(0)=0$ √
c) $h(x)=\lvert x+3\rvert$	$x\in R$ √	$i(-3)=0$ √	$i(5)=8$ √	$i(-11)=8$ √
d) $i(x)=\sqrt{x}$	$x\in Z$ x nem negatív valós szám, vagyis: $x \in R$	$h(0)$ = nincs értelmezve $h(0)=0$	$h(1)=1$ √	$h(-9)=3$ $h(-9)$ = nincs értelmezve
e) $j(x)=\frac{1}{x}$	$x\in Q$ x bármely valós szám a 0-t kivéve.	$j(-1)=1$ $j(-1)=-1$	$j(0)=0$ $j(0)$ = nincs értelmezve	$j\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$ √

FELADATGYŰJTEMÉNY

1. Ábrázold a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyeknek a koordinátáira a következők igazak!

a) $x - y = 0$ **b)** $x - y = 6$ **c)** $2x + y = 5$
d) $x + y = 0$ **e)** $4x - y = 2$ **f)** $x + y \geq 0$
g) $x - y \leq 6$ **h)** $x + y$ legalább 0 **i)** $4x - y$ legfeljebb 2

2. Legyen az alaphalmaz a 3-, 4-, 5-, 6-oldalú sokszögek halmaza! Add meg a képhalmaz elemeit, ha az a hozzárendelési utasítás, hogy minden sokszöghöz hozzárendeljük az

a) egyik csúcsából kiinduló átlóinak a számát; 0; 1; 2; 3; $n - 3$
b) összes átlóinak a számát; 0; 2; 5; 9; $n\,(n - 3) : 2$
c) összes csúcsot összekötő szakaszok számát! 3; 6; 10; 15; $n\,(n - 1) : 2$

Próbáld megfogalmazni a szabályt n-oldalú sokszögre is!

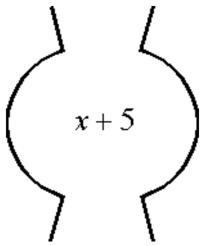
3. Az osztályban a gyerekek fényképeket cserélnek egymás között. Mindenki mindenkinek ad magáról egy fényképet. Legyen az alaphalmaz a gyerekek száma, és a gyerekek számához hozzárendeljük a kicserélt fényképek számát. Hány fénykép cserél gazdát, ha 3, 4, 5, 6 gyerek cserél? 6; 12; 20; 30

Próbáld meg általánosítani a szabályt: hány fénykép cserél gazdát, ha n gyerek van a társaságban? $n\,(n - 1)$, hiszen, ha két gyerek fényképet cserél, az most két *különböző* fénykép!

4. Egy kézilabdabajnokságon minden csapat mindenkivel egy mérkőzést játszik. Hány meccset játszanak a bajnokságon, ha 3, 4, 5, 6 csapat van? 3; 6; 10; 15

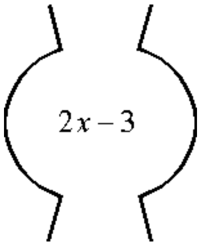
Próbáld meg általánosítani a szabályt: hány meccs lesz, ha n csapat nevezett a bajnokságba?
$n \cdot (n - 1) : 2$

5.
páros munkára



A feladata:	**B** feladata:
Gondolj ki 10 számot, és dobd be egyenként a gépbe, majd közöld a pároddal, hogy melyik számot dobta ki a gép. A társadnak ki kell találni a gondolt számokat.	A működési szabály és a kiadott szám ismeretében egyenként találd ki, hogy a társad melyik számot dobta a gépbe!

6.
páros munkára

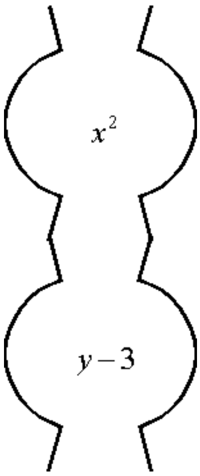


B feladata:	**A** feladata:
Gondolj ki 10 számot, és dobd be egyenként a gépbe, majd közöld aároddal, hogy melyik számot dobta ki a gép. A társadnak ki kell találni a gondolt számokat.	A működési szabály és a kiadott szám ismeretében egyenként találd ki, hogy a társad melyik számot dobta a gépbe!

7.

páros munkára

Most két gépet kapcsolunk össze. Az egyik a bemenő számokat négyzetre emeli, a másik a bemenőkből kivon hármat.

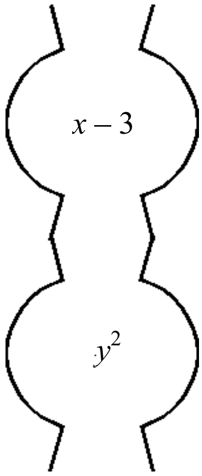


A feladata:	**B** feladata:
Adj meg a [–3; 3] intervallumból 5 különböző egész számot, és ezeket egyenként dobd be az első gépbe, majd az első gép által kiadott számokat a másodikba. Várd meg, amíg társad egyenként meghatározza az egymáshoz kapcsolt gépek által kidobott számot! Foglald táblázatba a bedobott és a végeredményként kidobott számokat.	A társadtól kapott számokhoz egyenként határozd meg az egymáshoz kapcsolt gépek által kidobott számot. Foglald táblázatba a bedobott, illetve a végeredményként kidobott számokat! Be: –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3 Ki: 6; 1; –2; –3; –2; 1; 6

8.

páros munkára

Megint két gépet kapcsolunk össze. Az egyik a bemenő számokat hárommal csökkenti, a másik bemenő számokat négyzetre emeli.



B feladata:	**A** feladata:
Adj meg a [–3; 3] intervallumból 5 különböző egész számot, és ezeket egyenként dobd be az első gépbe, majd az első gép által kiadott számokat a másodikba. Várd meg, amíg társad egyenként meghatározza az egymáshoz kapcsolt gépek által kidobott számot! Foglald táblázatba a bedobott és a végeredményként kidobott számokat.	A társadtól kapott számokhoz egyenként határozd meg az egymáshoz kapcsolt gépek által kidobott számot. Foglald táblázatba a bedobott illetve a végeredményként kidobott számokat! Be: –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3 Ki: 36; 25; 16; 9; 4; 1; 0

9. Két gépet kapcsolunk össze. Az egyik a bemenő számok abszolút értékét veszi, a másik a bemenő számokhoz hozzáad kettőt.

a) Készíts táblázatot!

b) Most kapcsold össze az előző két gépet fordított sorrendben, és így is készíts táblázatot!

10. Ábrázold többféleképpen a hozzárendeléseket!

a) Legyen az alaphalmaz a –6 és 3 között levő egész számok halmaza. A hozzárendelés: $f(x)=x+3$

b) Legyen az alaphalmaz a 11-nél kisebb természetes számok halmaza. A hozzárendelés: $f(x)=2x-1$

c) Legyen az alaphalmaz a –3 és 7 közé eső egész számok halmaza. A hozzárendelés: $f(x)=|x|$

d) Legyen az alaphalmaz a –5 és 4 közé eső egész számok halmaza. A hozzárendelés: $f(x)=x^2$

e) Legyen az alaphalmaz az $A=\left\{1;-2;\frac{1}{2};\frac{1}{3};-1;-\frac{1}{2};-\frac{1}{4};2;3\right\}$ halmaz. A hozzárendelés: $f(x)=\frac{1}{x}$

11. Adj meg olyan alaphalmazbeli elemet, amelyhez a függvény a hetet rendeli!

a) $f(x)=x-2,\ \mathrm{Q}\to\mathrm{Q}$ 9

b) $f(x)=2x+3,\ \mathrm{N}\to\mathrm{N}$ 2

c) $f(x)=x+4,\ \mathrm{N}\to\mathrm{N}$ 3

d) $f(x)=|x+3|$, $Q \to Q$ 4 és –10

e) $f(x)=x^2-18$, $R \to R$ 5 és –5

f) Téglalaphoz a kerületének a mérőszámát rendeljük.
Például: 1 és 2,5 vagy bármilyen két pozitív szám, amelynek összege 3,5.

g) Egy társaságban úgy üdvözlik egymást az emberek, hogy mindenki mindenkivel kezet fog. A résztvevők számához a kézfogások számát rendeljük.

Nincs megoldás, mert ha n ember fog kezet, akkor a kézfogások száma $\frac{n(n-1)}{2}$, aminek a mi esetünkben 7-nek kellene lennie. Ami azt jelenti, hogy a 14-et kell előállítani két egymás után következő egész szám szorzataként, ez pedig nem lehet.

0861 – 1. tanári melléklet

Osztályonként 1 készlet ugyanebben a méretben kartonpapírra nyomva. Ki kell vágni a vastag fekete vonalak mentén.

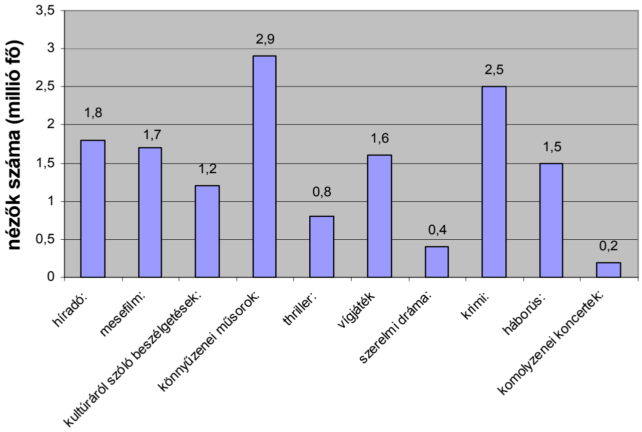
	Érték	„+”	„–”	„·”	„:”
1.	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}-\frac{4}{5}$	$\frac{48}{75}\cdot\frac{25}{30}$	$\frac{16}{9}:\frac{10}{3}$
2.	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}-\frac{5}{3}$	$\frac{12}{15}\cdot\frac{25}{24}$	$\frac{30}{45}:\frac{12}{15}$
3.	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$	$\frac{35}{18}\cdot\frac{6}{28}$	$\frac{6}{21}:\frac{24}{35}$
4.	$\frac{7}{18}$	$\frac{5}{18}+\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{9}$	$\frac{49}{10}\cdot\frac{5}{63}$	$\frac{5}{12}:\frac{45}{42}$
5.	$\frac{13}{24}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{24}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{8}$	$\frac{26}{21}\cdot\frac{7}{16}$	$\frac{26}{40}:\frac{12}{10}$
6.	$\frac{13}{21}$	$\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$	$\frac{4}{3}-\frac{5}{7}$	$\frac{5}{12}\cdot\frac{52}{35}$	$\frac{26}{45}:\frac{14}{15}$
7.	$\frac{13}{20}$	$\frac{2}{5}+\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}-\frac{3}{5}$	$\frac{14}{15}\cdot\frac{39}{56}$	$\frac{18}{24}:\frac{30}{26}$

0861 – 2. tanári melléklet, Feladatkártyák: I. óra 2. feladat (5 × 3 db kártya)
Osztályonként 1 készlet ugyanebben a méretben géppapírra nyomva. Ki kell vágni a vastag fekete vonalak mentén.

I. A-B

híradó: 1,8 millió fő
mesefilm: 1,7 millió fő
kultúráról szóló beszélgetések: 1,2 millió fő
könnyűzenei műsorok: 2,9 millió fő
thriller: 0,8 millió fő
vígjáték:1,6 millió fő
szerelmi dráma: 0,4 millió fő
krimi: 2,5 millió fő
háborús: 1,5 millió fő
komolyzenei koncertek: 0,2 millió fő

I. C-D

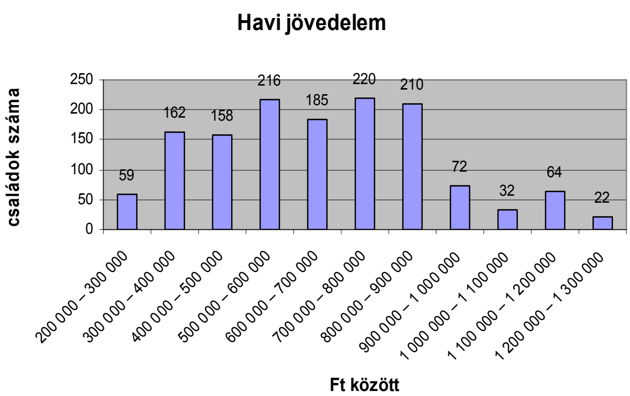


I.
Egy közvéleménykutató intézet a TV műsorok nézettségét vizsgálja. Válaszolj a kérdésekre a felmérés eredménye alapján!
a) Melyik a legkedveltebb műsorfajta?
b) Melyik a legkevésbé kedvelt műsorfajta?
c) Állítsd nézettség szerint növekedő sorrendbe a műsorokat!
d) Számítsd ki, hogy a lakosság hány százaléka kedveli a mesefilmeket és a szerelmi drámákat! (Magyarországon kb. 10 millió ember él.)

II. A-B

Betű-jel	Összes jövedelm (2006 április)	Családok száma
A	200 000 – 300 000 Ft között	59
B	300 000 – 400 000 Ft között	162
C	400 000 – 500 000 Ft között	158
D	500 000 – 600 000 Ft között	216
E	600 000 – 700 000 Ft között	185
F	700 000 – 800 000 Ft között	220
G	800 000 – 900 000 Ft között	210
H	900 000 – 1 000 000 Ft között	72
I	1 000 000 – 1 100 000 Ft között	32
J	1 100 000 – 1 200 000 Ft között	64
K	1 200 000 – 1 300 000 Ft között	22

II. C-D

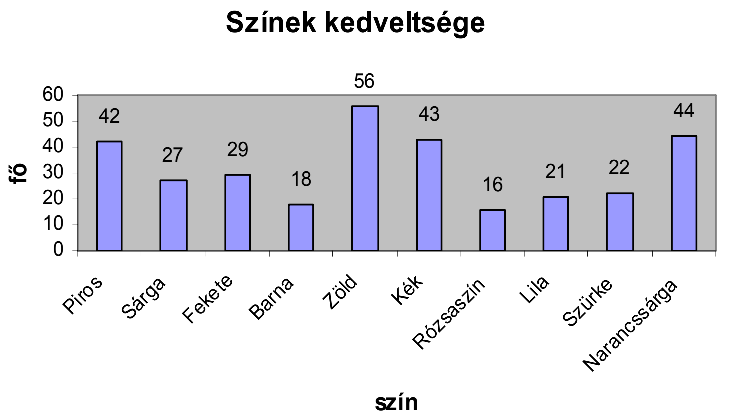


II.
1400 családban felmérték az április hónapban befolyó összes jövedelmet. A felmérés eredménye alapján válaszoljatok a kérdésekre!
a) Melyik jövedelemsávban volt a legtöbb család?
b) Melyik jövedelemsávban volt a legkevesebb család?
c) Állítsd a családok száma szerint növekvő sorrendbe a jövedelemsávok betűjelét!
d) Számold ki, hogy a családok hány százaléka volt akkor a legmagasabb illetve a legalacsonyabb jövedelemsávban!

III. A-B

Szín	Jelölések száma
Piros	42
Sárga	27
Fekete	29
Barna	18
Zöld	56
Kék	43
Rózsaszín	16
Lila	21
Szürke	22
Narancssárga	44

III. C-D



III.

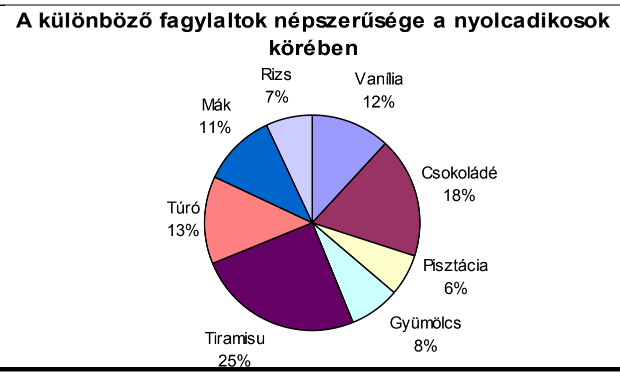
Az egyik divatcég felmérést készített a 14 éves fiatalok körében arról, hogy milyen színeket kedvelnek leginkább. (A kérdőíven csak az alábbi színekből lehetett választani, és csak egy színt volt szabad megjelölni!) A felmérés eredménye alapján válaszoljatok a kérdésekre!

a) Melyik színt kedvelik a legtöbben?
b) Melyik színt kedvelik a legkevesebben?
c) Állítsd kedveltség szerint növekvő sorrendbe a színeket!
d) A megkérdezettek hány százaléka választotta a fekete, a piros illetve a lila színt!

IV. A-B

Vanília	12%
Csokoládé	18%
Pisztácia	6%
Gyümölcs	8%
Tiramisu	25%
Túró	13%
Mák	11%
Rizs	7%

IV. C-D



IV.

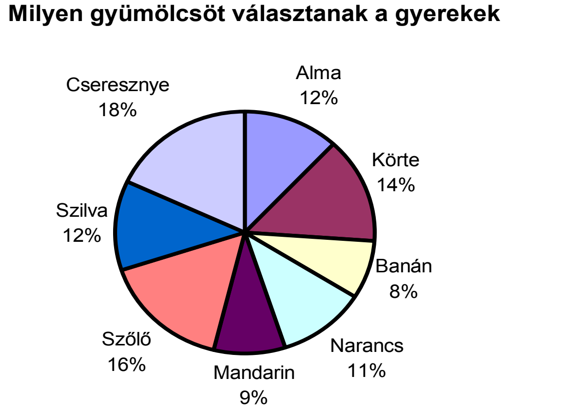
Az egyik cukrászati cég új üzletet szeretne nyitni egy kisvárosban. Saját készítésű fagylaltot fog árulni. Mivel a fagylalt könnyen romlandó termék, ezért főleg olyanokat szeretne készíteni, amelyeket a városban lakók legszívesebben fogyasztanak. Felmérést végeztettek a nyolcadikosok körében. A felmérés eredményét százalékos kiértékelésben kapták meg a piackutatóktól. Az eredmények ismeretében válaszoljátok meg a kérdéseket!

a) Melyik fagylaltot választották a legtöbben?
b) Melyik fagylaltot választották a a legkevesebben?
c) Állítsd kedveltség szerint növekvő sorrendbe a fagylaltokat!
d) Számold ki, hogy hány gyerek választotta a gyümölcs, illetve a túró fagylaltot, ha a kérdőívet 600-an töltötték ki!
e) Hányféle fagylaltot fog készíteni a cukrászda, ha a cég vezetősége úgy dönt, hogy csak azokat érdemes, amelyekre 10%-nál nagyobb a kereslet?
f) Vajon miért nem lesz kapható sztracsatella?

V. A-B

Alma	12%
Körte	14%
Banán	8%
Narancs	11%
Mandarin	9%
Szőlő	16%
Szilva	12%
Cseresznye	18%

V. C-D



V.

Az iskolai büfét működtetők friss gyümölcsöt is szeretnének árulni, ezért felmérést végeztek a gyerekek körében arról, hogy melyik gyümölcsöt kedvelik leginkább. A felmérés eredménye alapján válaszoljatok a kérdésekre!

a) Melyik gyümölcsfajtát választották a legtöbben?

b) Melyik gyümölcsfajtát választották a legkevesebben?

c) Mely gyümölcsöket szeretik a kiértékelés szerint egyformán?

d) Állítsd kedveltség szerint növekvő sorrendbe a gyümölcsfajtákat!

e) Számold ki, hogy hány gyerek választotta az almát, illetve a narancsot, ha a kérdőívet 300-an töltötték ki!

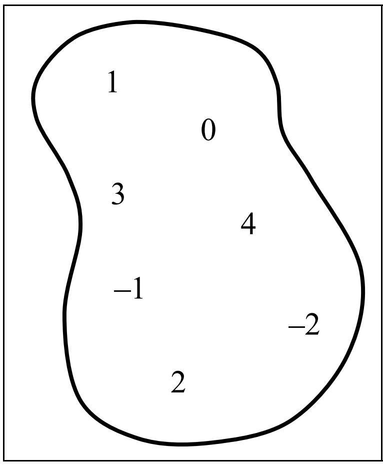
f) Vajon már másnaptól kapható lesz a büfében a legkedveltebb gyümölcsfajta?

0861 – 3. tanári melléklet

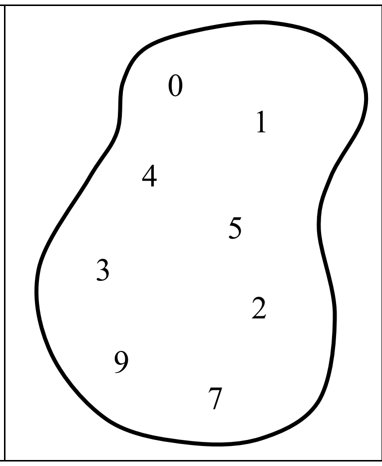
Osztályonként 1 példány ebben a méretben géppapírra nyomva.
A legyártott mellékletről, már az iskolában, minden új órai felhasználáshoz 7 példány (csoportonként 1 db) fénymásolat készítendő. Ki kell vágni a *vékony* vonalak mentén.

Alaphalmazok:

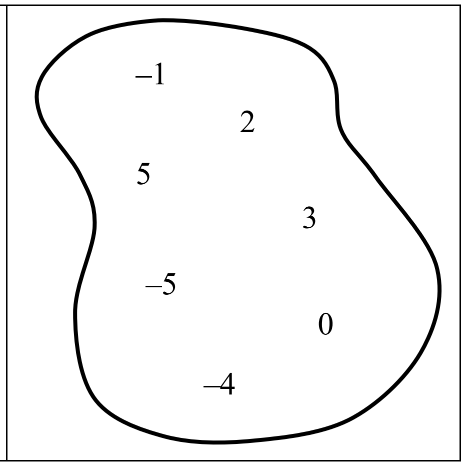
Z



N



Z



mondatok

A kutyák között vannak négylábúak.

Minden négylábú állat kutya.

A négylábúak között vannak kutyák.

Nézze meg az elefántot!

Minden négyzet téglalap.

Láttál már kutyát?

A négyzet olyan négyszög, amelynek egyenlők az oldalai.

Az egyenlő oldalú négyszögek mind négyzetek.

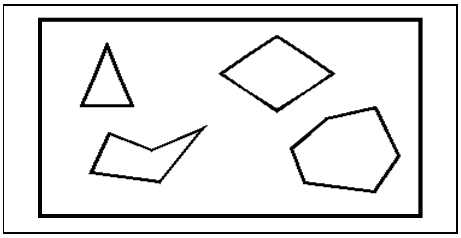
Minden 0-ra végződő szám osztható 5-tel.

Minden 5-tel osztható szám 0-ra végződik.

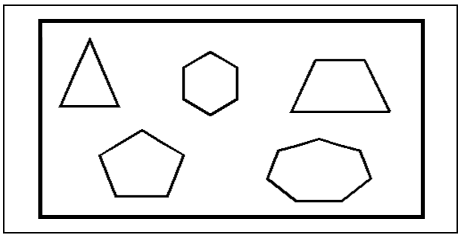
Nem minden 5-tel osztható szám végződik 0-ra

Nem minden 0-ra végződő szám osztható 5-tel.

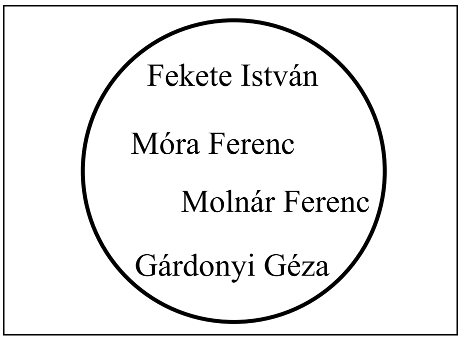
sokszögek



konvex sokszögek

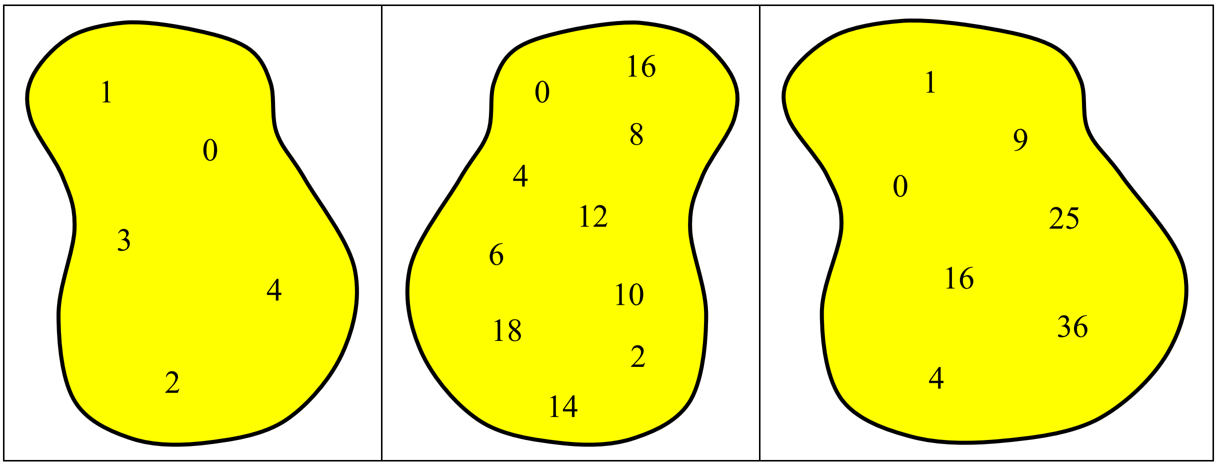


írók

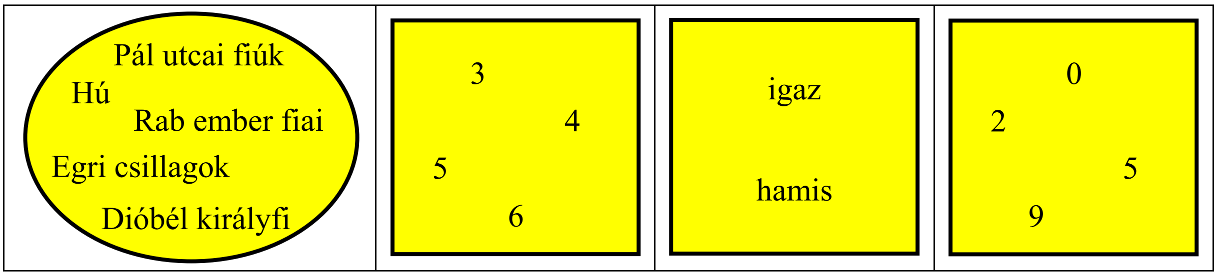


Képhalmazok:

N | ≥ 0 páros számok (⊂ **N**) | négyzetszámok (⊂ **N**)

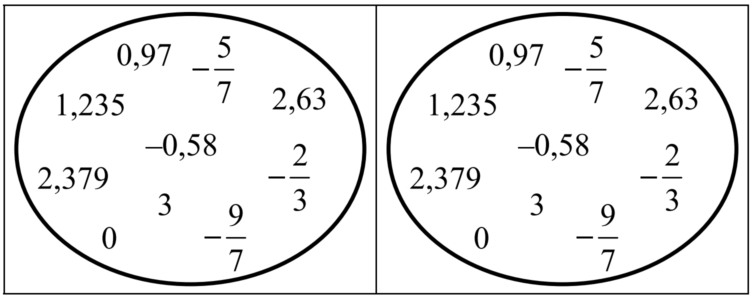


Regény | csúcsok száma (⊂ **N**) | mondatok igazságtartalma | átlók száma (⊂ **N**)

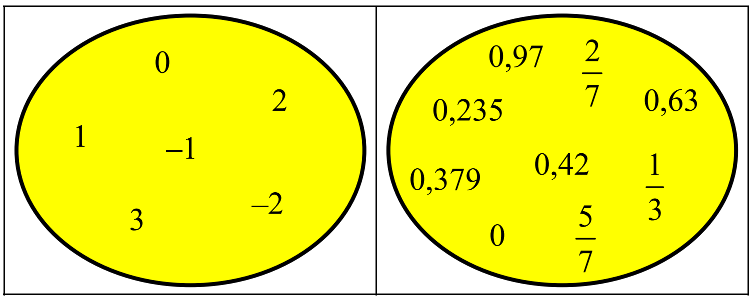


Nehezebb hozzárendelések:

Alaphalmazok: **Q** | **Q**



Képhalmazok: egész részek (⊂ **Z**) | törtrészek (⊂ **Q**)



0861 – 4. tanári melléklet, Tanulói koordinátarendszer

Osztályonként 32 db (tanulónként 1 db) ebben a méretben (A4) laminált kartonpapíron.