

Válogatás az első két évben írt dolgozatok feladataiból

Számfogalom, aritmetika

- Számológép használata nélkül végezzük el a következő műveleteket!
a) $1234 \cdot 5772$; b) $5772 : 12$
- A következő szorzásban az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek: $\overline{AB} \cdot \overline{AB} = \overline{ACC}$ Találjuk ki, hogy melyik betű milyen számjegyet jelöl!
- Számoljuk át az $1/6$ törtet tizedes és kettedes törtbe!
- Egy hetedikes osztályban a diákok 60%-a fiú, a többi lány. A lányok 20%-a szemüveges. Az osztály hány százalékát teszik ki a nem szemüveges lányok?
- Számológép használata nélkül végezzük el a következő számításokat! Írjuk fel a számítások eredményét tizedes tört alakban!
a) $\frac{42}{15} \cdot \frac{9}{8} - \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{16}$ c) $\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$
- Írj be műveleti jeleket úgy, hogy teljesüljön az egyenlőség! (Zárójel nem használható.)
a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{9}{8}$
- Számold ki a táblázatból hiányzó értékeket! (A számolás menetét is le kell írni.)

alap:	10	2	5
	100		
		10101010	
			43210

Geometria

- Adott egy szabályos háromszög három csúcsa, és az oldalak harmadolópontjai, ez összesen 9 pont.
a) Hány háromszöget határoznak meg ezek a pontok?
b) Hány négyszöget határoznak meg ezek a pontok?
- Egy 3×3 -as pontrács pontjai által meghatározott háromszögek között hány hegyesszögű, hány derékszögű és hány tompaszögű van?
- Fogalmazd meg és bizonyítsd be Thalesz tételét és a tétel megfordítását!
- Mennyi egy n -oldalú sokszög belső szögeinek összege? Mennyi az n -oldalú konvex sokszög külső szögeinek összege? Az állításokat bizonyítanod kell.
- Húzzuk meg az $ABCD$ paralelogramma belső szögfelezőit! Milyen síkidomot zárnak ezek közre? Milyen esetben nem kapunk síkidomot?
- Az ABC egyenlő szárú háromszögben az $\angle ACB = 30^\circ$. ($AC = BC$) Az A -ból a BC oldalra állított merőleges talppontja D , a B -ből az AC oldalra állított merőleges talppontja E . F és G a BC és AC oldal felezőpontja. EF és DG metszéspontja legyen M . Mekkora a $\angle GMF$ szög?
- Az ABC háromszög B csúcsában 40° -os szög van, az A -ból és B -ből inbduló szögfelező 70° -os szöget zár be. Mekkora a háromszög szögei?
- Az ABC hegyesszögű háromszög A csúcsából induló szögfelezője a szemközti oldallal 75° -os, a B csúcsból induló szögfelezővel 50° -os szöget zár be. Mekkora a háromszög szögei?
- Egy egyenlőszárú háromszögben a szárak által bezárt szög 36° -kal kisebb, mint a háromszög alapon fekvő szögei. Mekkora a háromszög szögei?

10. Az ABC háromszögben $AC = BC$. D a BC oldalon olyan pont, amire $CD = DA = AB$. Mekkora az ABC háromszög szögei?
11. Az ABC háromszögben $C\hat{A} = 90^\circ$ és $A\hat{C} = 15^\circ$. A C -ből induló magasságvonal CT a C -ből induló súlyvonal pedig CF .
 - a) Mekkora az CFT háromszög szögei?
 - b) Ha $AB = 12$ cm, akkor milyen hosszú CT ?
12. Az ABC derékszögű háromszög átfogója AB . Az A -ből és B -ből induló belső szögfelezők metszéspontja M . Mekkora $AMB\hat{C}$?
13. Az $ABCDE$ szabályos ötszög AD és EB átlójának metszéspontja F . Mekkora az ABF háromszög szögei?
14. Bizonyítsd be Pitagorasz tételét két különböző módon! (A megfordítás most nem kell.)
15. Egy $ABCD$ trapézról a következőket tudjuk: AD oldala 10 cm, és ez az oldal egyben magassága is a négyszögnek. A BD átló 45° -os szöget zár be az alapokkal. A CD oldal feleakkora, mint az AB oldal.
 - a) Mekkora a trapéz területe?
 - b) Az átlók metszéspontja M . Bizonyítsd be, hogy $T_{AMD} = T_{BMC}$!
16. Huszonnét egyforma (szabályosan számozott) dobókockából egy $3 \times 3 \times 3$ -as kockát építünk úgy, hogy a kis kockák bármely két illeszkedő lapján egyenlő számok állnak. Hány pötty lehet összesen a nagy kocka felületén?
17. a) Egy kocka térfogata 216 cm^3 . A kocka lapjait pirosra festjük, majd a kockát 1 cm^3 térfogatú kis kockákra vágjuk. Hány kis kockának lesz pontosan két lapja piros?
 b) Egy téglatest élei 4, 5 és 6 cm hosszúak. A téglatest minden lapját befestjük, majd a téglatest lapjaival párhuzamos síkokkal $1 \times 1 \times 1$ -es kis kockákra vágjuk szét. Hány lesz az így keletkező összes kis kockákon a festetlen lapok területének összege?
18. a) Hány olyan térbeli forgatás van, ami a szabályos oktaédert önmagába viszi?
 b) Hányféle módon festhetjük ki egy szabályos oktaéder lapjait nyolc különböző színnel, ha az egymásba forgatható színezéseket nem tekintjük különbözőnek?
19. Az $ABCD$ és $A EFG$ paralelogrammák úgy helyezkednek el a síkban, hogy az A csúcsuk közös, továbbá E illeszkedik a BC oldalra, D pedig az FG oldalra. Igazold, hogy a két paralelogramma területe egyenlő!
20. Egy konvex négyszög A és B csúcsánál derékszög van, míg D -nél 45° -os szög. $BC = 1$ és $BD = 5$. Mekkora a terület?
21. Az ABC háromszög területe 4 cm^2 . Az AB oldal B -n túli meghosszabbításán úgy vettük fel az F pontot, hogy $BF = 3AB$. A BC oldal C -n túli meghosszabbításán lévő G pontra $GC = CB$. Végül a CA oldal A -n túli meghosszabbításán lévő E pontra $EA = 2AC$. Mekkora az EFG háromszög területe?

Algebra

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket!
 - a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 57$
 - b) $\frac{1-3x}{2} + 5 = x - 2$
2. Az iskolai büfében naponta átlagosan megvásárolt szendvicsek ötöde sonkás, 30%-a tonhalas, a többi sajtos. Naponta átlagosan 176 sajtos szendvicset adnak el.
 - a) Hány szendvicset adnak el összesen?
 - b) Ebből mennyi a sonkás és mennyi a tonhalas?
 - c) Hány forinttal nő a napi bevétel, ha a tonhalas szendvics 200 forintos ára 15%-kal nő, a többi szendvics ára pedig nem változik?

3. Milyen a számokra igaz, hogy $\frac{3-2a}{3} \geq 2a - 1$?
4. Döntsd el, hogy a felsorolt egyenlőségek közül melyik azonosság, melyik nem. Az azonosságokat bizonyítsd be, a többinél adj példát a változó(k) olyan értékére, amire nem teljesül az egyenlőség!

$$y^2 + 4y + 2 = (y + 2)^2 - 2$$

$$(a + b + 1)^2 = a^2 + b^2 + 2ab + 1$$

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b} = a + b$$

$$(2c - 3)(2c + 3) = 4c^2 - 9$$

$$(x - 2y + 1)(x + y - 2) = -2 - x + x^2 + 5y - xy - 2y^2$$

5. Egy matematikaversenyen az iskola tanulóinak 20%-a indult. Az indulók két feladatot kaptak. Az elsőt a versenyzők 60%-a, a másodikat a versenyzők 65%-a oldotta meg. Minden induló legalább egy feladatot megoldott. Csak a másodikat 80-an oldották meg. Hányan jártak az iskolába?
6. Számológép használata nélkül határozd meg a következő kifejezések pontos értékét!
- a) $(6\frac{1}{6})^2$ b) 998^2 c) $2013^2 - 2011^2$ d) $510^2 - 503^2$ legnagyobb valódi osztója
7. Határozd meg a kifejezés értékét, ha $y = 7185,113$:
- a) $\frac{3y - 24}{y - 8}$ b) $(y + 3)(y - 3) - (y + 4)(x - 4)$ c) $y(y + 1) - (y + 1)(y - 1)$
8. Alakítsd szorzattá a következő kifejezéseket:
- a) $xy + x + y + 1$ b) $x^4 + x^3 - x^2 - x$ c) $x^2 - 2xy + y^2 - 1$ d) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$
9. Bizonyítsd be, hogy $(n^2 - 4) \cdot (n^3 - n)$ osztható 30-cal, bármely n természetes szám esetén!
10. A következő átalakítások közé olyanok is kerültek, amelyek nem helyesek. Melyek ezek? A rossz átalakításoknál adj ellenpéldát!

a) $\frac{3x \cdot 6y}{3} = x \cdot 2y$

b) $\frac{(12 + 4b) \cdot a}{2} = (6 + 4b)$

c) $\frac{a^2 + 2a}{2a} = a + a = 2a$ ($a \neq 0$)

d) $\frac{2x^2 + xy}{x} = 2x + y$ ($x \neq 0$)

e) $2x \cdot (5x \cdot 3y) = 10x^2 \cdot 6xy$

f) $2x(x + y) = 2x^2 + 2xy$

g) $\frac{3x - 6y}{3} = x - 2y$

h) $2x(5x + 3y) = 10x^2 + 6xy$

11. Hány liter 100%-os narancslevet adjunk 1,8 liter 30%-os narancsléhez, hogy 50%-os narancslevet kapjunk.
12. Egy repülőgépnek reggel 8 órakor kellett volna elindulnia. Köd miatt azonban csak 9 óra 30 perckor szállt fel. Hogy mégis késés nélkül érkezzék 6300 km-es útjának végére, 100 km/h-val megnövelte átlagsebességét. Hány óra a gép menetrend szerinti menetideje?

Függvények

1. Anna és Benő az órán megbeszélte játékot játsszák: Anna gondolt egy síkbeli pontra, amelynek egészek a koordinátái, Benő pedig lineáris függvényeket mond, és Anna mindegyikre elárulja, hogy a gondolt pont a függvény grafikonja alatt vagy felett van, esetleg éppen rajta. A játékban eddig négy kérdés hangzott el:

egyenes jele	függvény	válasz
a	$y = 6 - x$	ALATTA
b	$y = \frac{1}{2}x - 3$	FELETTE
c	$y = 2$	ALATTA
d	$y = 8 - 2x$	FELETTE

Ábrázold az egyeneseket koordináta-rendszerben!

Mi lehetett a gondolt pont?

Hol metszi egymást a b és d egyenes?

2. A következő lineáris függvényeket vizsgáljuk:
e: $y = x + 1$; f: $y = 2x - 3$; g: $y = 5 - x$
- a) Számoljuk ki a grafikonok metszéspontjait! (3 metszéspont, 6 koordináta)
- b) Ábrázoljuk a függvények grafikonját közös koordináta-rendszerben!
- c) A három egyenes háromszöget zár közre. Melyik rácspontok esnek a háromszög határára?
- d) Hány rácspont esik a háromszög belsejébe?
3. Egy edző azt mondta a tanítványainak, hogy állóképességük fejlesztéséhez minden edzésen legalább 20 percig fenn kell tartaniuk egy pulzusszámot. Ez a pulzusszám az életkortól függ, mégpedig a következő módon: egy t éves ember $p(t)$ fenntartandó pulzusszáma $p(t) = 0,7(220 - t)$.
- a) Milyen pulzusszámot kell fenntartania egy 13 éves gyereknek?
- b) Hány éves az, akinek 126-os pulzusszámot kell fenntartania?
- c) Írjuk fel az életkort a pulzusszám alapján megadó függvényt!
- d) Ábrázoljuk az $p(t)$ függvényt derékszögű koordináta-rendszerben!
4. a) Ábrázold közös koordináta-rendszerben az $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ és a $g(x) = |x - 5|$ függvényeket!
- b) Hol metszi a függvények grafikonja a tengelyeket?
- c) Milyen x számokra teljesül az $f(x) \geq g(x)$ egyenlőtlenség?

Gráfok

1. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a foksámok rendre:
- a) 7, 7, 7, 6, 6, 6, 5, 5, 5;
- b) 6, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 1;
- c) 6, 6, 6, 6, 3, 3, 2, 2?
2. Egy légitársaság ingajáratokat közlekedtet néhány város között úgy, hogy egy városból nem lehet háromnál több másikba közvetlenül eljutni. Legfeljebb egy átszállással viszont már eljuthatunk bárholnan bárhova. Legfeljebb hány város között járnak a gépek?