

7C – Kupacjátékok

Az alapjáték leírása: Van néhány kupacunk, mindegyikben véges sok kavics. Két játékos játszik, akik felváltva lépnek. Egy lépésben a soron következő játékos tetszőlegesen választ egy kupacot, és abból elvehet tetszőleges számú (de legalább egy) kavicsot. Az *veszít*, aki nem tud elvenni kavicsot.

A kérdés általában az, hogy kinek van *nyerő stratégiája*, vagyis van-e olyan játékos, aki biztosan nyerni tud, akkor is, ha ellenfele is okosan játszik.

Variációk

- Vizsgáljuk meg a játékot a következő esetekben! A kupacok mérete:
 - 5 és 5;
 - 5 és 7;
 - x és x , ahol x pozitív egész;
 - x és y , ahol $1 \leq x < y$ egészek.
- Kinek van nyerő stratégiája a következő esetekben?
 - A kupacok mérete 1, 2 és 3.
 - A kupacok mérete 2, 2 és 3.
 - A kupacok mérete 2, 3 és 4.
 - A kupacok mérete 2, 3 és 6.
- Egy 5×5 -ös „sakk-tábla” jobb alsó mezőjén áll egy bástya, amivel a két játékos felváltva lép. A bástya balra vagy felfelé tolható, tetszőleges számú mezővel. Aki nem tud lépni (vagyis a bal felső sarokban van), az veszít.
Kinek van nyerő stratégiája?
- Mit mondhatunk az $(5, 5)$ kupacjátékról, ha nem két, hanem három játékos játszik. Egyáltalán hogyan értelmezhető három játékos esetén a *győztes* és a *vesztes*?
- Hogyan változnak az 1. feladatban adott válaszok, ha a játék során egyetlen egyszer lehet passzolni? (Tehát ha az egyik játékos passzolt, akkor se ő, se a másik játékos nem passzolhat többé.)
- Egy számlétra 1-től 20-ig van megszámozva, az 1-es fokról indulunk. Egy lépésben 1, 2, vagy 3 fokot mászhatunk. Az nyer, aki elér a 20. fokra.
Változatok: Egy számlétra 1-től n -ig van megszámozva, az 1-es fokról indulunk. Egy lépésben 1, 2, ..., vagy k fokot mászhatunk. Az nyer, aki elér az n . fokra.
- (*) A játékot a (8×8) -as sakktáblán a nyolc fehér és a nyolc fekete gyaloggal (paraszttal) játsszák. Minden sorban pontosan egy fekete és egy fehér gyalog áll. Kezdő a fehér gyalogokat, Második a feketét mozgatja úgy, hogy ugyanabban a sorban akárhány mezőt előre vagy hátra léphet, de az ellenfél figuráját nem ugorhatja át, és nem állhat rá az ellenfél mezőjére sem. A vesztes az, aki nem tud lépni, azaz akinek az összes figurája „beszorult” (a sor valamelyik végén).
Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája?

Források

(B) Fazakas-Hraskó: Bergengóc példatár; (C) Csirmaz László: Játékok és Grundy-számaik