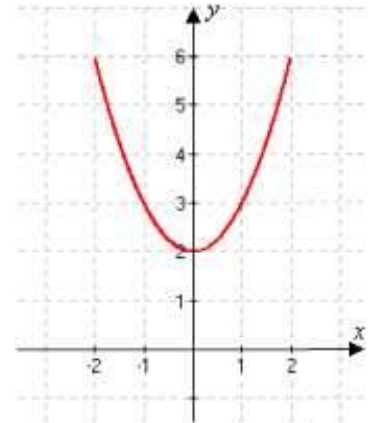


MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉP SZINT

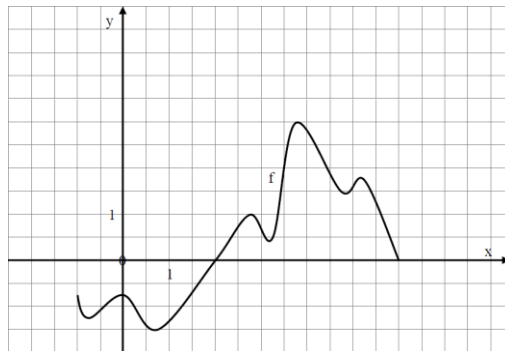
Függvények

A szürkített háttérű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

- 1) Az ábrán egy $[-2;2]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Válassza ki a felsoroltakból a függvény hozzárendelési szabályát! (2 pont)
- $x \mapsto x^2 - 2$
 - $x \mapsto x^2 + 2$
 - $x \mapsto (x+2)^2$

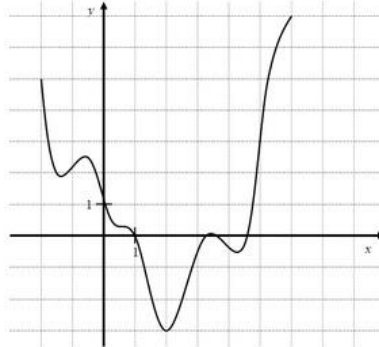


- 2) Határozza meg az 1. feladatban megadott, $[-2;2]$ intervallumon értelmezett függvény értékkészletét! (3 pont)
- 3) Ábrázolja az $f(x) = 0,5x - 4$ függvényt a $[-2;10]$ intervallumon! (2 pont)
- 4) A $[-1;6]$ -on értelmezett $f(x)$ függvény hozzárendelési szabályát a grafikonjával adtuk meg. Határozza meg az $f(x) > 0$ egyenlőtlenség megoldását! Adja meg $f(x)$ legnagyobb értékét! (1 pont)



- 5) Az f és g függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint: $f(x) = (x+1)^2 - 2$; $g(x) = -x - 1$
- Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben az f függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább a $-3,5 \leq x \leq 1$ intervallumhoz tartozó része.) (4 pont)
 - Ábrázolja ugyanabban a koordináta-rendszerben a g függvényt! (2 pont)
 - Oldja meg az $(x+1)^2 - 2 \leq -x - 1$ egyenlőtlenséget! (6 pont)

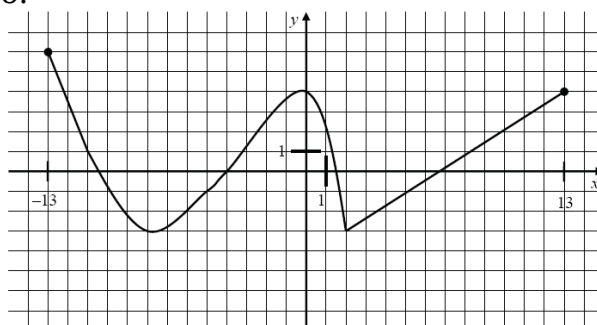
- 6) Az f függvényt a $[-2;6]$ intervallumon a grafikonjával értelmeztük. Mekkora f legkisebb, illetve legnagyobb értéke? Milyen x értékekhez tartoznak ezek a szélsőértékek? (4 pont)



- 7) Adott a következő egyenletrendszer:

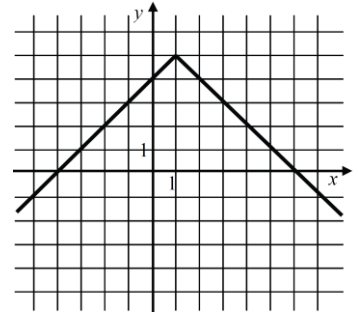
$$\left. \begin{array}{l} 2\lg(y+1) = \lg(x+11) \\ y = 2x \end{array} \right\}$$

- a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azokat a $P(x;y)$ pontokat, amelyeknek koordinátái kielégítik a (2) egyenletet! (2 pont)
- b) Milyen x , illetve y valós számokra értelmezhető mindkét egyenlet? (2 pont)
- c) Oldja meg az egyenletrendszert a valós számpárok halmazán! (11 pont)
- d) Jelölje meg az egyenletrendszer megoldáshalmazát az a) kérdéshez használt derékszögű koordináta-rendszerben! (2 pont)
- 8) Adja meg az $5x - 3y = 2$ egyenletű egyenes és az y tengely metszéspontjának koordinátáit! (2 pont)
- 9)
- a) Ábrázolja a $[-2;4]$ -on értelmezett, $x \rightarrow (x-1,5)^2 + 0,75$ hozzárendeléssel megadott függvényt! (2 pont)
- b) Állapítsa meg a fenti függvény minimumának helyét és értékét! (2 pont)
- c) Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 1 - 2x$ egyenletet! (8 pont)
- 10) A valós számok halmazán értelmezett $x \rightarrow -(x-1)^2 + 4$ függvénynek minimuma vagy maximuma van? Adja meg a szélsőérték helyét és értékét! (3 pont)
- 11) Adjon meg egy olyan zárt intervallumot, ahol a grafikonjával megadott alábbi függvény csökkenő! (2 pont)



- 12) Adott az $f: \mathbb{R}^- \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{-x}$ függvény. Határozza meg az értelmezési tartománynak azt az elemét, amelyhez tartozó függvényérték 4. (2 pont)
- 13) Adja meg a $[-2; 3]$ intervallumon értelmezett $f(x) = x^2 + 1$ függvény értékkészletét! (3 pont)
- 14) Adja meg a valós számok halmazán értelmezett az $x \mapsto x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen! (3 pont)
- 15) Mennyi az $f(x) = -|x| + 10$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény legnagyobb értéke, és hol veszi fel ezt az értéket? (2 pont)
- 16)
- a) Fogalmazza meg, hogy az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x+2| - 1$ függvény grafikonja milyen transzformációkkal származtatható az $f_0: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_0(x) = |x|$, függvény grafikonjából! Ábrázolja az f függvényt a $[-6; 6]$ intervallumon! (5 pont)
- b) Írja fel az $A(-4; 1)$ és $B(5; 4)$ pontokon áthaladó egyenes egyenletét! Mely pontokban metszi az AB egyenes az f függvény grafikonját? (Válaszát számítással indokolja!) (7 pont)
- 17) Adja meg a $3x + 2y = 18$ egyenletű egyenes és az y tengely metszéspontjának koordinátáit! (2 pont)
- 18) A valós számok halmazán értelmezett f másodfokú függvény grafikonját úgy kaptuk, hogy a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ függvény grafikonját a $v(2; -4, 5)$ vektorral eltoltuk.
- a) Adja meg az f függvény hozzárendelési utasítását képlettel! (3 pont)
- b) Határozza meg f zérushelyeit! (4 pont)
- c) Ábrázolja f grafikonját a $[-2; 6]$ intervallumon! (4 pont)
- Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!
- d) $\frac{1}{2}x^2 \leq 2x + \frac{5}{2}$ (6 pont)

- 19) A valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto |x|$ függvényt transzformáltuk. Az alábbi ábra az így kapott f függvény grafikonjának egy részletét mutatja. Adja meg f hozzárendelési utasítását képlettel! (3 pont)



- 20) Legyen f a valós számok halmazán értelmezett függvény, $f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Mennyi az f függvény helyettesítési értéke, ha $x = \frac{\pi}{3}$? Írja le a számolás menetét! (3 pont)

- 21) Az $\mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto 3 + \log_2 x$ függvény az alább megadott függvények közül melyikkel azonos?

A: $\mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto 3 \log_2 x$

B: $\mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto \log_2(8x)$

C: $\mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto \log_2(3x)$

D: $\mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto \log_2(x^3)$ (2 pont)

22)

a) Rajzolja meg derékszögű koordináta-rendszerben a $]-1;6]$ intervallumon értelmezett, $x \mapsto -|x-2| + 3$ hozzárendelésű függvény grafikonját! (4 pont)

b) Állapítsa meg a függvény értékkészletét, és adja meg az összes zérushelyét! (3 pont)

c) Döntse el, hogy a $P(3,2;1,58)$ pont rajta van-e a függvény grafikonján! Válaszát számítással indokolja! (2 pont)

d) Töltse ki az alábbi táblázatot, és adja meg a függvényértékek (a hét szám) mediánját! (3 pont)

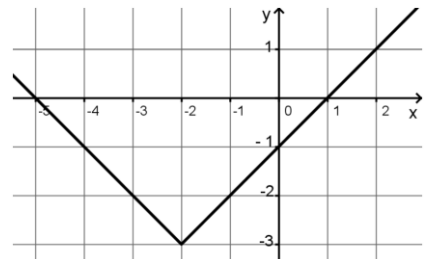
- 23) Milyen valós számokat jelöl az a , ha tudjuk, hogy a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto a^x$ függvény szigorúan monoton növekvő? (2 pont)

- 24) Adja meg képlettel egy olyan, a valós számok halmazán értelmezett függvény hozzárendelési utasítását, amelynek (abszolút) maximuma van! A megadott függvénynek állapítsa meg a maximumhelyét is! (3 pont)

- 25) A következő két függvény mindegyikét a valós számok halmazán értelmezzük:
 $f(x) = 3 \sin x$; $g(x) = \sin 3x$.

Adja meg mindkét függvény értékkészletét! (2 pont)

- 26) Az ábrán a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = |x+a|+b$ függvény grafikonjának egy részlete látható. Adja meg a és b értékét! (2 pont)

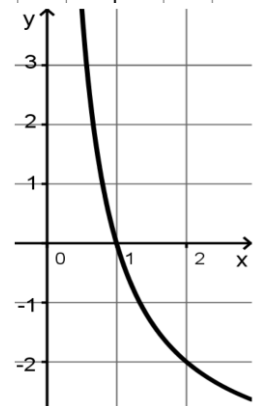


- 27) István az $x \mapsto \log_{\frac{1}{2}} x (x > 0)$ függvény grafikonját

akarta felvázolni, de ez nem sikerült neki, több hibát is elkövetett (a hibás vázlat látható a mellékelt ábrán).

Döntse el, hogy melyik igaz az alábbi állítások közül!

- István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény szigorúan monoton csökkenő.
- István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény 2-höz -2-t rendel.
- István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény zérushelye 1.



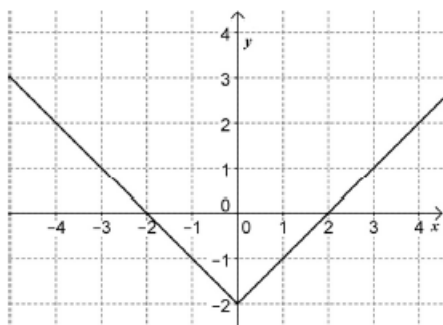
(2 pont)

- 28) Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = (x+2)^2 + 4$ függvény. Adja meg az f függvény minimumának helyét és értékét! (2 pont)

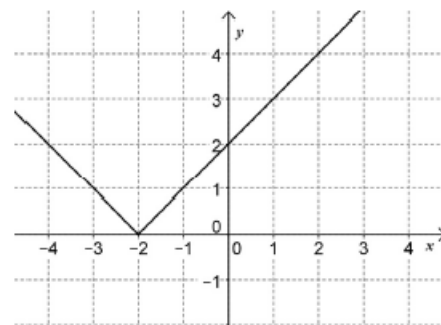
- 29) Az alább felsorolt, a valós számok halmazán értelmezett függvényeket közös koordináta-rendszerben ábrázoljuk. A három függvény közül kettőnek a grafikonja megegyezik, a harmadik eltér tőlük. Melyik függvény grafikonja tér el a másik két függvény grafikonjától? (2 pont)

- $x \mapsto \frac{1}{2} \sin(2x)$
- $x \mapsto \sin x$
- $x \mapsto \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

- 30) Az alábbi hozzárendelési utasítással megadott, a valós számok halmazán értelmezett függvények közül kettőnek egy-egy részletét ábrázoltuk. Adja meg a grafikonokhoz tartozó hozzárendelési utasítások betűjelét! (2 pont)



1)



2)

A) $x \mapsto |x+2|$

B) $x \mapsto |x-2|$

C) $x \mapsto |x|-2$

D) $x \mapsto |x|+2$

31) Adja meg az $x \rightarrow x^2 + 10x + 21$ ($x \in \mathbb{R}$) másodfokú függvény minimumhelyét és minimumának értékét! Válaszát indokolja! (4 pont)

32) Legyenek f és g a valós számok halmazán értelmezett függvények, továbbá:
 $f(x) = 5x + 5,25$ és $g(x) = x^2 + 2x + 3,5$

a) Számítsa ki az alábbi táblázatok hiányzó értékeit! (3 pont)

x	3	x	
$f(x)$		$g(x)$	2,5

b) Adja meg a g függvény értékkészletét! (3 pont)

c) Oldja meg az $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (6 pont)

33) Adja meg az alábbi hozzárendelési szabályokkal megadott, a valós számok halmazán értelmezett függvények értékkészletét!

$$f(x) = 2 \sin x$$

$$g(x) = \cos 2x$$

(2 pont)

34) Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!

a) A valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 4$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény grafikonja az x tengellyel párhuzamos egyenes. (1 pont)

b) Nincs két olyan prímszám, amelyek különbsége prímszám. (1 pont)

c) Az 1 cm sugarú kör kerületének cm-ben mért számértéke kétszer akkora, mint területének cm²-ben mért számértéke. (1 pont)

d) Ha egy adathalmaz átlaga 0, akkor a szórása is 0. (1 pont)

35)

a) Rajzolja fel a $[-3; 3]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto |x| - 1$ függvény grafikonját! (2 pont)

b) Mennyi a legkisebb függvényérték? (1 pont)

Összesen: 3 pont

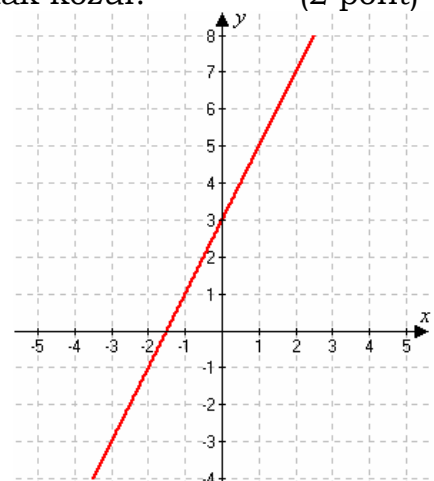
36) Melyik az ábrán látható egyenes egyenlete az alábbiak közül? (2 pont)

$$A: y = 2x + 3$$

$$B: y = -2x + 3$$

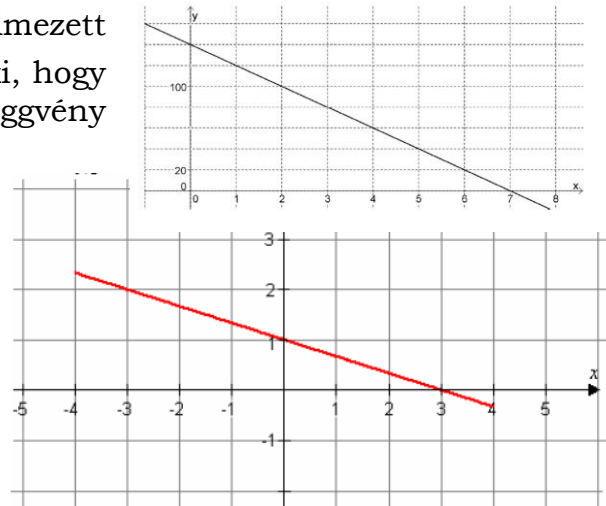
$$C: y = 2x - 1,5$$

$$D: y = 2x - 3$$



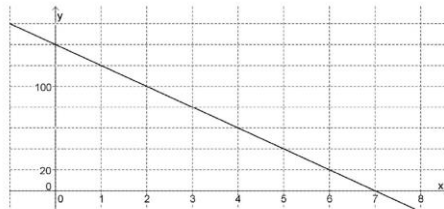
37) Az ábrán egy $[-4; 4]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Válassza ki, hogy melyik formula adja meg helyesen a függvény hozzárendelési szabályát!

- a) $x \mapsto \frac{1}{3}x + 1$
- b) $x \mapsto -\frac{1}{3}x + 1$
- c) $x \mapsto -3x + 1$
- d) $x \mapsto -\frac{1}{3}x + 3$



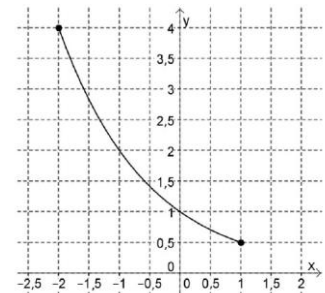
38) Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = |x - 4|$ függvény. Mely x értékek esetén lesz $f(x) = 6$? (2 pont)

39) Az ábrán az $x \mapsto m \cdot x + b$ lineáris függvény grafikonjának egy részlete látható. Határozza meg m és b értékét! (3 pont)



40) Az ábrán az $f : [-2; 1] \Rightarrow \mathbb{R}; f(x) = a^x$ függvény grafikonja látható. (3 pont)

- a) Adja meg az f függvény értékkészletét!
- b) Határozza meg az a szám értékét!



41) Válassza ki az f függvény hozzárendelési szabályát az A, B, C, D lehetőségek közül úgy, hogy az megfeleljen az alábbi értéktáblázatnak! (2 pont)

x	-2	0	2
$f(x)$	-4	0	-4

A: $f(x) = 2x$

B: $f(x) = x^2$

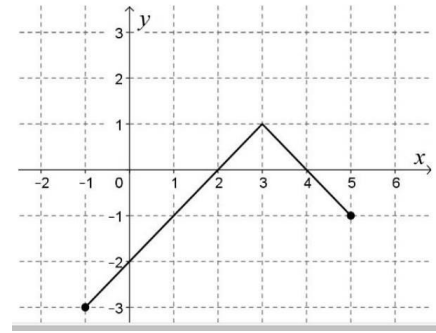
C: $f(x) = -2x$

D: $f(x) = -x^2$

42) Az ábrán a $[-1;5]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható.

Válassza ki a felsoroltakból a függvény hozzárendelési szabályát! (2 pont)

- A: $x \mapsto |x-3|+1$
 B: $x \mapsto -|x+3|+1$
 C: $x \mapsto -|x-3|+1$
 D: $x \mapsto -|x+3|-1$



43)

a) Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm. Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközti szöge? (4 pont)

b) Oldja meg a $[0;2\pi]$ intervallumon a következő egyenletet!

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \quad (x \in \mathbb{R}). \quad (6 \text{ pont})$$

c) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! (2 pont)

I) Az $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.

II) Az $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, g(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a $[-2;2]$ zárt intervallum.

III) A $h: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, h(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a

$$\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right] \text{ intervallumon.}$$