

8.c/1 záródolgozat 2011.május 27.

1. Egy gyümölcsfagyaltot gyártó cég felmérte a 8. c osztály tanulóit, hogy ki szereti az eper, a málna illetve a citrom fagyaltot. A következő eredményt kapták: csak egyféle ízt összesen 13-an kedvelnek. 4-en az epernél is,és a málnánál is jelentkeztek, az epret és a citromot eggyel több, a citromot és a málnát eggyel kevesebb fő jelezte, hogy szereti. Mindhárom ízt csak egy gyerek szereti. Hány fős az osztály, ha senki nem hiányzott, és mindenki felemelte legalább egyszer a kezét? 6 pont
2. Egy 25 főt foglalkoztató kisvállalkozásnak különböző nemzetiségű dolgozói vannak. Az új cégvezető megkérdezett néhány főt, hogy hány azonos nemzetiségű munkatársa van. A válaszok a következők voltak: 5 fő mondott 6-ot, 12 fő mondott 4-et, 1 fő mondott 2-t.
- (a) Hány különböző nemzet tagjai dolgoznak együtt a kisvállalkozásban?
(b) Ha megkérdezte volna a többi dolgozót is, milyen válaszokat hallott volna még a cégvezető?

6 pont

3. Határozd meg a következő kifejezések pontos értékét, és állítsd növekvő sorrendbe az eredményeket!

$$A = 14 \frac{6}{7}\text{-ed részének } 25\%\text{-a;}$$

$$B = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) : \frac{13}{4} \text{ reciproka;}$$

$$C = 9^{23} \cdot 27^{-15};$$

$$D = 2 \cdot \left(\frac{54^{-3}}{72^2 \cdot 18^{-7}}\right)^{-1}.$$

8 pont

4. Oldd meg a következő egyenletrendszert a valós számpárok halmazán:

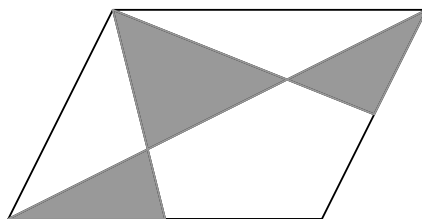
$$\begin{aligned} \frac{x+2}{8} &= \frac{y+1}{6} - \frac{y-x}{5}, \\ y-2x &= \frac{x-3}{3} - \frac{y-3}{4} \end{aligned}$$

8 pont

5. Határozd meg $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2012}$ szám utolsó két számjegyét. 8 pont

6. Bizonyítsd be, hogy öt négyzetszám között vagy van öttel osztható, vagy van kettő, aminek a különbsége 10-zel osztható. 8 pont

7. Hányad része az egész paralelogramma területének a szürke terület? A paralelogramma csúcsát a szemközti oldalfelvező pontokkal kötöttük össze.



8 pont

8. Egy négyzet mindegyik oldalát 7 egyenlő részre osztottuk. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a négyzet oldalain megjelölt (csúcsoktól különböző) osztópontok közül kerülnek ki? 8 pont
9. Egy vasúti fülkében kétszer négy ülés van egymással szemben. Egy fülkébe helyjegyet vásárló 8 ember között van három, aki menetiránnyal megegyező irányban és kettő, aki menetiránynak háttal szeret ülni. A többi utas számára közömbös az elhelyezkedés. Mi annak a valószínűsége, hogy a megvásárolt helyjegyek alapján mindenki a neki megfelelő helyet kapja? 8 pont

10. Bizonyítsd be, hogy:

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y + |z - 2| \geq -13$$

minden valós x, y, z számhármásra teljesül! Mikor áll fenn az egyenlőség?

8 pont

11. Az ABC háromszög köréírt kör középpontját tükrözzük a háromszög oldalegyenesére, így kapjuk a P, Q, R pontokat.

- (a) Bizonyítsd be, hogy az ABC illetve a PQR háromszög egybevágó.
(b) Szerkeszd meg az ABC háromszöget, ha adottak a P, Q, R pontok!

12 pont

12. Ábrázold az alábbi függvényeket, add meg a zérushelyeiket, állapítsd meg a függvények szélsőértékét és annak helyét is!

$$f : R \rightarrow R; f(x) = ||x - 6| - 5| - 1$$

$$g : R \rightarrow R; g(x) = -x^2 + 12x - 32$$

Hány valós megoldása van az

$$||x - 6| - 5| - 1 = -x^2 + 12x - 32$$

egyenletnek?

12 pont