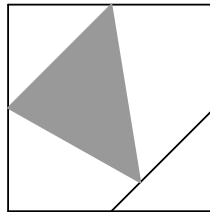


8.c/2 záródolgozat 2011.május 27.

1. A bölcsőde udvarán leginkább kétféle játékot szeretnek játszani a gyerekek: hintázni vagy homokozni. Egy szép őszi délutánon 14 gyerkőc közül ketten csak kergetőztek, négyen csak homokvárat építettek, öten hintáztak is és várat is építettek. Hány gyerek volt, aki egész délután csak a hintában ült? 6 pont
2. Téralpó zsákjában 7 különböző fajta ajándék van, mindegyikből ugyanannyi darab. Legalább hány ajándékkal kell tölteni a zsákot, ha legkevesebb 36 darabot kell kivennie a zsákból ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük 6 egyforma játék? 6 pont
3. Határozd meg $24^3 \cdot 15^4$ és 120^4 legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! 6 pont
4. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, melynek ugyanannyi osztója van, mint a 648-nak? Melyik a legkisebb ilyen páratlan szám? 6 pont
5. Hányad része a négyzet területének a szürke háromszög területe? A négyzet oldalain felezőpontokat vettünk fel.



8 pont

6. Határozd meg a következő kifejezések pontos értékét, és állítsd csökkenő sorrendbe az eredményeket!
 $A = 8$ pozitív osztói reciprokanak az összege;

$$B = \frac{\frac{3}{4} - \frac{4}{3}}{2} \cdot \frac{8}{5} - \left(-\frac{13}{5}\right);$$

$$C = \frac{8^{11}}{16^8};$$

$$D = \left(\frac{2^5}{12^4 \cdot 18^{-2}}\right)^{-1}$$

8 pont

7. Oldd meg a következő egyenletrendszert a valós számpárok halmazán:

$$2x - \frac{5y + 2}{6} = 10,$$

$$\frac{11y + 3}{5} - \frac{4(x - 3)}{3} = 1$$

8 pont

8. Egy kocka szemköztes lapjai $ABCD$ ill. $EFGH$. Síkokkal levágjuk a kocka csúcsait a következő módon: az A, B, C, D csúcsokat olyan síkkal, ami átmegy a csúcsba futó élek felezőpontján, az E, F, G, H csúcsokat olyan síkkal, ami átmegy a csúcsokba futó élek csúcsához közelebbi harmadoló pontján. Határozd meg a keletkezett test csúcsainak, élleinek, lapjainak számát. Hogyan tudod ellenőrizni a megoldást? 8 pont

9. Dalma virágpalántákat vásárol. Ha darabonként a 90 Ft-tal olcsóbb petúniát választja, 9-cel többet tud venni, mint a drágább muskátliból. Ha a muskátlinál 150 Ft-tal drágább százszorszépet vásárol, akkor 6-tal kevesebbet tud venni. Mennyit költ Dalma a virágpalántákra és mennyibe kerül a muskátli palánta?

10 pont

10. Adottak a következő pontok: $A(-2; 5)$, $B(1; 2)$ és $C(3; -7)$. Határozd meg \overrightarrow{AC} vektor hosszát, ill. az $5\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$ vektor koordinátáit. Tudjuk, hogy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ és $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KL}$, $M(4; -2)$, $L(5; 12)$. Határozd meg N és K pontok koordinátáit.

10 pont

11. Az ABC hegyesszögű háromszög M magasságpontját tükrözzük az AB oldal F felezőpontjára, így kapjuk az M' pontot. Bizonyítsd be, hogy az $AM'BC$ négyszögben az A és B csúcsoknál 90° -os szög van.

12 pont

12. Ábrázold az alábbi függvényeket, add meg a zérushelyeiket, állapítsd meg a függvények szélsőértékét és annak helyét is!

$$f : R \rightarrow R; f(x) = x^2 + 6x + 5$$

$$g : R \rightarrow R; g(x) = -2x + 5$$

Hány valós megoldása van az

$$-2x + 5 = x^2 + 6x + 5$$

egyenletnek?

12 pont