

10.C (C09) szóbeli vizsgatételek
2013. március – április

Vizsgaleírás

Tartalmi és formai elvárások

- A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtenie. Közbekezdni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.) A felelet végén a vizsgáztató tanár rákérdezhet a problémás részletekre, így lehetőséget ad a hibák javítására.
- A felelet előtt legalább fél óra felkészülési idő lesz, akkor csak papír, ceruza, toll, körző, vonalzó, szögmérő használható. Ezekről az eszközökről a vizsgázónak kell gondoskodnia.
- A felelet hossza legfeljebb 15 perc lehet.
- A tétel címében megjelölt témát logikusan, arányosan felépített, szabad előadásban kell kifejtenie a vizsgázónak. A feleletben feltétlenül szerepelniük kell az alábbi részleteknek:
 - legalább két, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti tétel pontos kimondása és bizonyítása; (az egyik tétel kiváltható egy részletesen bemutatott feladatmegoldással, ekkor a feladatot a vizsgázó "hozza")
 - a téma matematikán belüli vagy azon kívüli alkalmazása, ennek részletes bemutatása

Értékelés

Ha a vizsgázó nem tudott helyesen kimondani és bizonyítani legalább egy tételt, akkor a vizsgajegy legfeljebb közepes lehet. A vizsgajegy két témazáró jegyként kerül be a második félév jegyei közé.

1. csoport

1. Halmazok (GV)

Halmazműveletek és tulajdonságaik: unió, metszet, különbség, szimmetrikus differencia, Descartes-féle szorzat. Számhalmazok - a valós számok halmaza és részhalmazai.

2. Aritmetika és számelmélet (GV-NI)

Oszthatóság, osztó. Oszthatósági szabályok. Prímek és összetett számok. Prímtényező felbontás. Osztók száma és felsorolása. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Euklideszi algoritmus a legnagyobb közös osztó meghatározására. Maradékos osztás, maradékok.

3. Algebrai azonosságok (GV-NI)

Műveleti tulajdonságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Zárójelfelbontás. Nevezetes azonosságok. A szorzattá alakítás módszerei. Számolás algebrai törtekkel: egyszerűsítés, közös nevezőre hozás, alpműveletek.

4. Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek (NI)

Elsőfokú egyenletek megoldása. Elsőfokú egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás: egyenesek és félsíkok. Elsőfokú egyenlőtlenség-rendszerek grafikus megoldása. Másodfokú egyenlet: teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, valós gyökök száma, szorzat alak, Viete-formulák. Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása.

5. Magasabbfokú egyenletek megoldási módszerei (NI)

Helyettesítéssel másodfokúra visszavezethető egyenletek. Magasabbfokú egyenletek racionális gyökei, Viete-formulák, gyöktényező alak. Ekvivalens átalakítások, hamis gyök, gyökvesztés.

6. Függvények 1. (GV-NI)

Lineáris függvény, másodfokú függvény, abszolút érték függvény, racionális törtfüggvény, egészrész és törtrész függvény, gyök függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, szélsőérték, szimmetria, tengelymetszetek. Függvény grafikonja. Elemi függvénytranszformációk: $f(x+c)$, $f(x)+c$, $f(cx)$, $cf(x)$. Összetett függvény. Inverz függvény.

7. Gyökvonás és hatványozás (NI)

A gyökvonás (négyzetgyök és magasabb gyök) azonosságai. Gyöktelenítés. Gyökös egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Kikötések szerepe gyökös egyenletek megoldásánál. A hatványozás azonosságai pozitív egész és egész kitevő esetén. Normálalak. Newton-féle binomiális tétel.

8. Függvények 2. - Trigonometrikus függvények (GV)

Trigonometrikus függvények. Addíciós képletek. Azonosságok. Felsőzögek. Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek.

9. Valószínűségszámítás (NI)

A valószínűség kombinatorikus modellje. Kísérlet. Véges sok, egyenlő eséllyel bekövetkező elemi esemény: eseménytér. Eseménytér részhalmaza: esemény. Esemény bekövetkezésének valószínűsége. Biztos és lehetetlen esemény. Komplementer esemény és valószínűsége. Az "A vagy B" esemény valószínűsége. Diszjunkt (egymást kizáró) események. Függetlenség és szorzás-szabály. ("Miért szabad szorozni?")

10. Elemi kombinatorikai összefüggések, Pascal-háromszög (NI)

Permutációk, variációk, kombinációk (ismétlés nélkül és ismétléssel); logikai szita formula; véges halmaz részhalmazainak száma. A Pascal-háromszög és tulajdonságai (sorösszeg, párosindexű tagok összege, „átlós” összeg, stb).

11. Sorozatok (NI)

Sorozatok megadása: explicit és rekurzív. Számítási és mértani sorozatok. Általános tag képlettel. Összegképlet. Fibonacci-sorozat. A teljes indukció módszerének ismertetése. Összegképletek, egyenlőtlenségek, oszthatóságok bizonyítása teljes indukcióval.

12. Középek és alkalmazásaik; rendezési tétel (NI)

Harmonikus, mértani, számtani és négyzetes közép, az egyenlőtlenségek bizonyítása. A rendezési tétel. A középek használata egyenlőtlenségek bizonyítására, szélsőérték feladatok megoldására.

13. Gráfok (NI)

Alapfogalmak. Euler-vonal, Euler-vonal nyílt, zárt. Hamilton-út, kör. Síkbarajzolható gráfok. Kromatikus szám. Prüfer-kód.

14. Elemi geometria (HGY-GV)

Pont, egyenes, sík. Háromszögek, négyszögek, sokszögek rendszerezése, alaptulajdonságai. Távol-ság. Nevezetes szögek, szögpárok. Szögszámítás: háromszögek és sokszögek belső és külső szögösszege. Terület (háromszög, négyszögek)

15. Háromszög geometria (HGY-GV)

Összefüggés háromszögek oldalai között, oldalai és szögei között, háromszög-egyenlőtlenség, egyenlőszárú háromszög, nagyobb szöggel szemben nagyobb oldal. Derékszögű háromszög alaptulajdonságai, Pitagorasz-tétel.

16. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei (HGY-GV)

Ponthalmazok: szakaszfelező merőleges, szögfelező. Háromszög oldalfelező merőlegesei, belső- és külső szögfelezői, súlyvonalai, magasságvonalai. Háromszög súlypontja, magasságpontja. Háromszög köré írt, beírt és hozzáírható körei. Euler-egyenes, Feuerbach-kör

17. Geometriai transzformációk (GV)

Egybevágósági transzformációk és tulajdonságaik. Megfelelő tengelyes tükrözésekkel helyettesíthető a többi síkbeli egybevágósági transzformáció. Alakzatok egybevágósága, háromszögek egybevágóságának alapesetei.

18. Hasonlóság (GV)

Párhuzamos szelők tétele és alkalmazásai. Középpontos hasonlósági transzformáció. Alakzatok hasonlósága. Háromszögek hasonlóságának alapesetei. Négyszögek, sokszögek hasonlósága. Hasonló alakzatok kerületének, területének aránya.

19. Hasonlóság alkalmazásai (GV)

Szögfelező-tétel. Magasság-tétel. Befogó-tétel. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Pont körre vonatkozó hatványa.

20. Húrnégyszögek, érintőnéyszögek (GV)

Középponti és kerületi szög fogalma. Szögek mérése. A középponti és kerületi szögek tétele. Látószögekörív. Thalesz-tétel. Húrnégyszögek tétele. Érintőnéyszögek tétele.

21. Vektorok (GV)

A vektor fogalma. Alapműveletek vektorokkal, tulajdonságaik: összeadás, kivonás, szorzás skalárral. Vektorok lineáris kombinációja, vektorok felbontása komponensekre. Helyvektor, felezőpont, általános osztópont, háromszög súlypontja. Tetraéder, négyszög súlypontja. Magasságpont. Skaláris szorzat és tulajdonságai. Merőlegesség. Komponensekre bontás vektorszorzás segítségével. Vektorok és vektorműveletek derékszögű koordinátarendszerben.

22. Háromszögek trigonometriája (GV)

Szögfüggvények definíciója derékszögű háromszögben és egységkörrel. Szinusztétel, területképlet. Koszinusztétel. Szögfüggvények alkalmazása síkbeli és térbeli feladatokban (távolságok meghatározása).

23. Számelméleti függvények (NI)

Osztók száma, osztók összege, a φ függvény és tulajdonságai. Néhány alkalmazás, például tökéletes számok.

24. Poliéderek (GV)

Euler-féle poliédertétel. Szabályos testek jellemzése. Fél szabályos testek származtatása, jellemzése.

2. csoport

1. Halmazok (NI)

Halmazműveletek és tulajdonságaik: unió, metszet, különbség, szimmetrikus differencia, Descartes-féle szorzat. Számhalmazok - a valós számok halmaza és részhalmazai.

2. Aritmetika és számelmélet (NI)

Oszthatóság, osztó. Oszthatósági szabályok. Prímek és összetett számok. Prímtényező felbontás. Osztók száma és felsorolása. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Euklideszi algoritmus a legnagyobb közös osztó meghatározására. Maradékos osztás, maradékok.

3. Algebrai azonosságok (NI)

Műveleti tulajdonságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Zárójelfelbontás. Nevezetes azonosságok. A szorzattá alakítás módszerei. Számolás algebrai törtekkel: egyszerűsítés, közös nevezőre hozás, alpműveletek.

4. Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek (NI)

Elsőfokú egyenletek megoldása. Elsőfokú egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás: egyenesek és félsíkok. Elsőfokú egyenlőtlenség-rendszerek grafikus megoldása. Másodfokú egyenlet: teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, valós gyökök száma, szorzat alak, Viete-formulák. Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása.

5. Magasabbfokú egyenletek megoldása (NI)

Helyettesítéssel másodfokúra visszavezethető egyenletek. Magasabbfokú egyenletek racionális gyökei, gyöktényező alak. Ekvivalens átalakítások, hamis gyök, gyökvesztés.

6. Függvények 1. (NI)

Lineáris függvény, másodfokú függvény, abszolút érték függvény, racionális törtfüggvény, egészrész és törtrész függvény, gyök függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, szélsőérték, szimmetria, tengelymetszetek. Függvény grafikonja. Elemi függvénytranszformációk: $f(x+c)$, $f(x)+c$, $f(cx)$, $cf(x)$. Összetett függvény. Inverz függvény.

7. Gyökvonás és hatványozás (NI)

A gyökvonás (négyzetgyök és magasabb gyök) azonosságai. Gyöktelenítés. Gyökös egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Kikötések szerepe gyökös egyenletek megoldásánál. A hatványozás azonosságai pozitív egész és egész kitevő esetén. Nagy számok becslése. Normálalak. Newton-féle binomiális tétel.

8. Függvények 2. - Trigonometrikus függvények (GV)

Trigonometrikus függvények. Addíciós képletek. Azonosságok. Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek.

9. Valószínűségszámítás (NI)

A valószínűség kombinatorikus modellje. Kísérlet. Véges sok, egyenlő eséllyel bekövetkező elemi esemény: eseménytér. Eseménytér részhalmaza: esemény. Esemény bekövetkezésének valószínűsége. Biztos és lehetetlen esemény. Komplementer esemény és valószínűsége. Az "A vagy B" esemény valószínűsége. Diszjunkt (egymást kizáró) események. Függetlenség és szorzás-szabály. ("Miért szabad szorozni?")

10. Elemi kombinatorikai összefüggések, Pascal-háromszög (NI)

Permutációk, variációk, kombinációk (ismétlés nélkül és ismétléssel); logikai szita formula; véges halmaz részhalmazainak száma. A Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel.

11. Sorozatok (NI)

Sorozatok megadása: explicit és rekurzív. Számítási és mértani sorozatok. Általános tag képlettel. Összegképlet. Fibonacci-sorozat. A teljes indukció módszerének ismertetése. Összegképletek, egyenlőtlenségek, oszthatóságok bizonyítása teljes indukcióval.

12. Középek és alkalmazásai (NI)

Harmonikus, mértani, számtani és négyzetes közép, az egyenlőtlenségek bizonyítása. A középek használata egyenlőtlenségek bizonyítására, szélsőérték feladatok megoldására.

13. Gráfok (NI)

Alapfogalmak (él, csúcs, fokszám, fokszámösszeg, séta, vonal, út, kör). Fagráfok definíciói, tulajdonságai. Nyílt és zárt Euler vonal. Hamilton út, kör Teljes gráf. Gráfok csúcsainak jó színezése. Kromatikus szám.

14. Elemi geometria (GV)

Pont, egyenes, sík. Háromszögek, négyszögek, sokszögek rendszerezése, alaptulajdonságai. Távol-ság. Nevezetes szögek, szögpárok. Szögszámítás: háromszögek és sokszögek belső és külső szögösszege. Terület (háromszög, négyszögek)

15. Háromszög geometria (GV)

Összefüggés háromszögek oldalai között, oldalai és szögei között, háromszög-egyenlőtlenség, egyenlőszárú háromszög, nagyobb szöggel szemben nagyobb oldal. Derékszögű háromszög alaptulajdonságai, Pitagorasz-tétel.

16. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei (GV)

Ponthalmazok: szakaszfelező merőleges, szögfelező. Háromszög oldalfelező merőlegesei, belső- és külső szögfelezői, súlyvonalai, magasságvonalai. Háromszög súlypontja, magasságpontja. Háromszög köré írt, beírt és hozzáírható körei. Euler-egyenes, Feuerbach-kör

17. Geometriai transzformációk (GV)

Egybevágósági transzformációk és tulajdonságaik. Megfelelő tengelyes tükrözésekkel helyettesíthető a többi síkbeli egybevágósági transzformáció. Alakzatok egybevágósága, háromszögek egybevágóságának alapesetei.

18. Hasonlóság (GV)

Párhuzamos szelők tétele és alkalmazásai. Középpontos hasonlósági transzformáció. Alakzatok hasonlósága. Háromszögek hasonlóságának alapesetei. Négyszögek, sokszögek hasonlósága. Hasonló alakzatok kerületének, területének aránya.

19. Hasonlóság alkalmazásai (GV)

Szögfelező-tétel. Magasság-tétel. Befogó-tétel. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Pontnak körre vonatkozó hatványa.

20. Húrnégyszögek, érintőnégyyszögek (GV)

Középponti és kerületi szög fogalma. Szögek mérése. A középponti és kerületi szögek tétele. Látószögmérő. Thalesz-tétel. Húrnégyszögek tétele. Érintőnégyyszögek tétele.

21. Vektorok (GV)

A vektor fogalma. Alapműveletek vektorokkal, tulajdonságaik: összeadás, kivonás, szorzás skalárral. Vektorok lineáris kombinációja, vektorok felbontása komponensekre. Helyvektor, felezőpont, általános osztópont, háromszög súlypontja. Tetraéder, négyszög súlypontja. Magasságpont. Skaláris szorzat és tulajdonságai. Merőlegesség. Komponensekre bontás vektorszorzás segítségével. Vektorok és vektorműveletek derékszögű koordinátarendszerben.

22. Háromszögek trigonometriája (GV)

Szögfüggvények definíciója derékszögű háromszögben és egységkörrel. Szinusztétel, területképlet. Koszinusztétel. Szögfüggvények alkalmazása síkbeli és térbeli feladatokban (távolságok meghatározása).