

10.C (C10) szóbeli vizsgatételek

2014. április-május

Vizsgaleírás

Tartalmi és formai elvárások

- A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtenie. Közbekérdezni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.) A felelet végén a vizsgáztató tanár rákérdezhet a problémás részletekre, így lehetőséget ad a hibák javítására.
- A felelet előtt legalább fél óra felkészülési idő lesz, akkor csak papír, ceruza, toll, körző, vonalzó, szögmérő használható. Ezekről az eszközökről a vizsgázónak kell gondoskodnia.
- A felelet hossza legfeljebb 15 perc lehet.
- A tétel címében megjelölt témát logikusan, arányosan felépített, szabad előadásban kell kifejtenie a vizsgázónak. A feleletben feltétlenül szerepelniük kell az alábbi részleteknek: legalább két, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti tétel pontos kimondása és bizonyítása; (az egyik tétel kiváltható egy részletesen bemutatott feladatmegoldással, ekkora feladatot a vizsgázó "hozza")
- a téma matematikán belüli vagy azon kívüli alkalmazása, ennek részletes bemutatása

Értékelés

Ha a vizsgázó nem tudott helyesen kimondani és bizonyítani legalább egy tételt, akkor a vizsgajegy legfeljebb közepes lehet. A vizsgajegy két témazáró jegyként kerül be a második félév jegyei közé.

Tételek

1. Halmazok

Halmazműveletek és tulajdonságaik: unió, metszet, különbség, szimmetrikus differencia, Descartes-féle szorzat. Számhalmazok - a valós számok halmaza és részhalmazai. Végtelen halmazok, megszámlálható, kontinuum számosságú halmazok

2. Aritmetika és számelmélet

Oszthatóság, osztó. Oszthatósági szabályok. Prímek és összetett számok. Prímtényező felbontás. Osztók száma és felsorolása. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Euklideszi algoritmus legnagyobb közös osztó meghatározására. Maradékös osztás, maradékok.

3. Algebrai azonosságok

Műveleti tulajdonságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Zárójelfelbontás. Nevezetes azonosságok. A szorzattá alakítás módszerei. Számolás algebrai törtekkel: egyszerűsítés, közös nevezőre hozás, alpműveletek.

4. Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Elsőfokú egyenletek megoldása. Elsőfokú egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás: egyenesek és félsíkok. Elsőfokú egyenlőtlenség-rendszerek grafikus megoldása. Másodfokú egyenlet: teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, valós gyökök száma, szorzat alak, Viéte-formulák. Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása.

5. Magasabbfokú egyenletek megoldási módszerei

Helyettesítéssel másodfokúra visszavezethető egyenletek. Magasabbfokú egyenletek racionális gyökei, Viéte-formulák, gyöktényező alak. Ekvivalens átalakítások, hamis gyök, gyökvesztés. Horner elrendezés, szimmetrikus, antiszimmetrikus egyenletek

6. Függvények 1.

Lineáris függvény, másodfokú függvény, abszolút érték függvény, racionális törtfüggvény, egészrész és törtrész függvény, gyök függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, szimmetria, tengelymetszetek. Függvény grafikonja. Elemi függvénytranszformációk: $f(x + c)$, $f(x) + c$, $f(cx)$, $cf(x)$. Összetett függvény. Inverz függvény.

7. Gyökvonás és hatványozás

A gyökvonás (négyzetgyök és magasabb gyök) azonosságai. Gyöktelenítés. Gyökös egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Kikötések szerepe gyökös egyenletek megoldásánál. A hatványozás azonosságai pozitív egész és egész kitevő esetén. Normálalak. Newton-féle binomiális tétel.

8. Logaritmus

Hatványozás racionális, és irracionális kitevőre (mit jelent a permanencia-elv?) A logaritmus fogalma, és azonosságai. Az exponenciális/logaritmus függvény, és tulajdonságaik. Exponenciális/logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.

9. Függvények 2. - Trigonometrikus függvények

Trigonometrikus függvények. Addíciós képletek. Azonosságok. Félzögek. Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek.

10. Valószínűségszámítás

A valószínűség kombinatorikus modellje. Kísérlet. Véges sok, egyenlő eséllyel bekövetkező elemi esemény: eseménytér. Eseménytér részhalmaza: esemény. Esemény bekövetkezésének valószínűsége. Biztos és lehetetlen esemény. Komplementer esemény és valószínűsége. Az "A vagy B" esemény valószínűsége. Diszjunkt (egymást kizáró) események.

11. Elemi kombinatorikai összefüggések, Pascal-háromszög

Permutációk, variációk, kombinációk (ismétlés nélkül és ismétléssel); logikai szita formula; véges halmaz részhalmazainak száma. A Pascal-háromszög és tulajdonságai (sorösszeg, párosindexű tagok összege, átlós összeg, stb).

12. Sorozatok 1.

Sorozatok megadása: explicit és rekurzív. Számítani és mértani sorozatok. Általános tag képlettel. Összegképlet. Fibonacci-sorozat. A teljes indukció módszerének ismertetése. Összegképletek, egyenlőtlenségek, oszthatóságok bizonyítása teljes indukcióval.

13. Sorozatok 2.

Korlátosság, alsó/felső határ, konvergencia. Monoton, korlátos sorozat konvergencia. Műveletek konvergencia sorozatokkal. Nevezetes konvergens/divergens sorozatok. Az $(1 + 1/n)^n$ sorozat konvergenciája.

14. Középek és alkalmazásaik; rendezési tétel

Harmonikus, mértani, számtani és négyzetes közép, az egyenlőtlenségek bizonyítása. A rendezési tétel. A középek használata egyenlőtlenségek bizonyítására, szélsőérték feladatok megoldására.

15. Gráfok

Alapfogalmak. Euler-vonal (nyílt, zárt). Síkbarajzolható gráfok. Él-, és csúcsromatikus szám. Van háromszöget nem tartalmazó tetszőlegesen nagy kromatikus számú gráf (Michielski-tétel), becslések a csúcs-, és az élkromatikus számra

16. Elemi geometria

Pont, egyenes, sík. Háromszögek, négyszögek, sokszögek rendszerezése, alaptulajdonságaik. Távolság. Nevezetes szögek, szögpárok. Szögszámítás: háromszögek és sokszögek belső és külső szögösszege. Terület (háromszög, négyszögek)

17. Háromszög geometria

Összefüggés háromszögek oldalai között, oldalai és szögei között, háromszög-egyenlőtlenség, egyenlőszárú háromszög, nagyobb szöggel szemben nagyobb oldal. Derékszögű háromszög alaptulajdonságai, Pitagorasz-tétel.

18. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei

Ponthalmazok: szakaszfelező merőleges, szögfelező. Háromszög oldalfelező merőlegesei, belső- és külső szögfelezői, súlyvonalai, magasságvonalai. Háromszög súlypontja, magasságpontja. Háromszög köré írt, beírt és hozzáírható körei. Euler-egyenes, Feuerbach-kör

19. Geometriai transzformációk

Egybevágósági transzformációk és tulajdonságaik. Megfelelő tengelyes tükrözésekkel helyettesíthető a többi síkbeli egybevágósági transzformáció. Alakzatok egybevágósága, háromszögek egybevágóságának alapesetei.

20. Hasonlóság

Párhuzamos szelők tétele és alkalmazásai. Középpontos hasonlósági transzformáció. Alakzatok hasonlósága. Háromszögek hasonlóságának alapesetei. Négyszögek, sokszögek hasonlósága. Hasonló alakzatok kerületének, területének aránya.

21. Hasonlóság alkalmazásai 1.

Szögfelező-tétel. Magasság-tétel. Befogó-tétel. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Pont körre vonatkozó hatványa.

22. Hasonlóság alkalmazásai 2.

Inverzió. Pont, egyenes, kör képe. Inverzió alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban

23. Húrnégyszögek, érintőnégyyszögek

Középponti és kerületi szög fogalma. Szögek mérése. A középponti és kerületi szögek tétele. Látószögekörív. Thalesz-tétel. Húrnégyszögek tétele. Érintőnégyyszögek tétele.

24. Vektorok

A vektor fogalma. Alapműveletek vektorokkal, tulajdonságaik: összeadás, kivonás, szorzás skalárral. Vektorok lineáris kombinációja, vektorok felbontása komponensekre. Helyvektor, felezőpont, általános osztópont, háromszög súlypontja. Tetraéder, négyszög súlypontja. Magasságpont. Skaláris szorzat és tulajdonságai. Merőlegesség. Komponensekre bontás vektorszorzás segítségével. Vektorok és vektorműveletek derékszögű koordináta-rendszerben.

25. Háromszögek trigonometriája

Szögfüggvények definíciója derékszögű háromszögben és egységkörrel. Szinusztétel, területképlet. Koszinusztétel. Szögfüggvények alkalmazása síkbeli és térbeli feladatokban (távolságok meghatározása).

26. Számelméleti függvények

Osztók száma, osztók összege, az Euler-féle φ -függvény és tulajdonságai. Néhány alkalmazás, például tökéletes számok.